



ИНФОРМАТИКА

10
класс

ПЕРЕВОД ЧИСЕЛ ИЗ ОДНОЙ ПОЗИЦИОННОЙ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ В ДРУГУЮ

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ИНФОРМАЦИИ В КОМПЬЮТЕРЕ

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

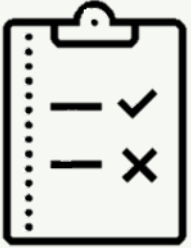
- ◆ система счисления
- ◆ триада
- ◆ тетрада
- ◆ «компьютерные» системы счисления
- ◆ «быстрый» перевод

Перевод целого десятичного числа в систему счисления с основанием q

Для перевода целого десятичного числа в систему счисления с основанием q следует:

- 1) последовательно выполнять деление данного числа и получаемых целых частных на основание новой системы счисления до тех пор, пока не получится частное, равное нулю;
- 2) полученные остатки, являющиеся цифрами числа в новой системе счисления, привести в соответствие алфавиту новой системы счисления;
- 3) составить число в новой системе счисления, записывая его, начиная с последнего остатка.



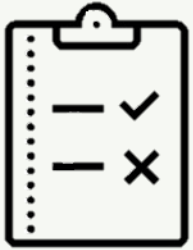


ПРИМЕР 1

$$13_{10} = X_2 = 1101_2$$

13	2				
12	6	2			
1	6	3	2		
	0	2	1	2	
		1	0	0	
			1		





ПРИМЕР 2

$$172_{10} = X_8 = 254_8$$

172	8		
16	21	8	
12	16	2	8
8	5	0	0
4	2		

←





ПРИМЕР 3

$$172_{10} = X_{16} = AC_{16}$$

$$\begin{array}{r} 172 \quad | \quad 16 \\ \hline 160 \quad | \quad 10 \quad | \quad 16 \\ \hline 12 \quad | \quad 0 \quad 0 \\ (C) \quad | \quad 10 \\ (A) \end{array}$$

←

A 10

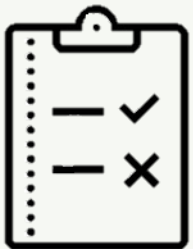
B 11

C 12

D 13

E 14

F 15



ПРИМЕР 4

Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись десятичного числа 22 оканчивается на 4.

Поскольку запись числа в системе счисления с основанием q заканчивается на 4, то остаток от деления числа 22 на q равен 4: $22 \bmod q = 4$.

Следовательно, $18 \bmod q = 0$.

Это верно для $q \in \{18, 9, 3, 2, 1\}$.

Так как в новой системе счисления запись числа оканчивается на 4, то $q > 4$.

Следовательно, условию задачи удовлетворяют основания: 28, 14 и 7.

Ответ: 18, 9 и 6.



ПЕРЕВОД ЦЕЛОГО ДЕСЯТИЧНОГО ЧИСЛА В ДВОИЧНУЮ СИСТЕМУ СЧИСЛЕНИЯ

Для перевода числа X ($X \leq 10000$) в двоичную систему счисления можно воспользоваться таблицей степеней двойки.

$$529_{10} = X_2 = 1000010001_2$$

Представим число в виде суммы степеней двойки, для этого:

- возьмем максимально возможное значение, не превышающее исходное число ($512 < 529$);
- найдем разность между исходным числом и этим значением (17);
- выпишем степень двойки, не превышающее эту разность и т. д.

$$529_{10} = 512 + 17 = 512 + 16 + 1 = 2^9 + 2^4 + 2^0 = 1000010001_2$$

2^{10}	2^9	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
1024	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1



ПЕРЕВОД ЧИСЕЛ ИЗ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ С ОСНОВАНИЕМ p В СИСТЕМУ СЧИСЛЕНИЯ С ОСНОВАНИЕМ q

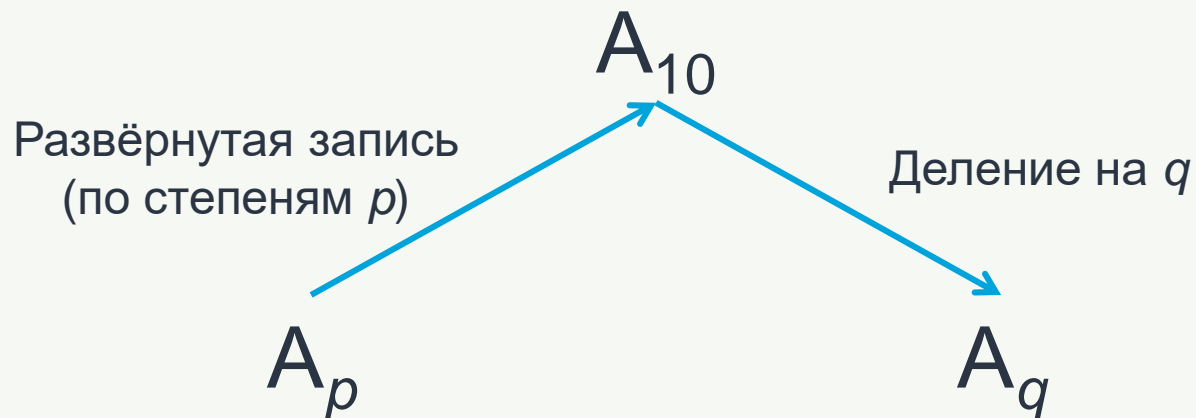
Для того чтобы перевести целое число из системы счисления с основанием p в систему счисления с основанием q , достаточно:

- 1) основание новой системы счисления выразить в исходной системе счисления и все последующие действия производить в исходной системе счисления;
- 2) последовательно выполнять деление данного числа и получаемых целых частных на основание новой системы счисления до тех пор, пока не получится частное, равное нулю;
- 3) полученные остатки, являющиеся цифрами числа в новой системе счисления, привести в соответствие алфавиту новой системы счисления;
- 4) составить число в новой системе счисления, записывая его, начиная с последнего остатка.



ПЕРЕВОД ЧИСЕЛ ИЗ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ С ОСНОВАНИЕМ p В СИСТЕМУ СЧИСЛЕНИЯ С ОСНОВАНИЕМ q

При необходимости перевод целого числа A из системы счисления с основанием p в систему счисления с основанием q можно свести к хорошо знакомым действиям с десятичной системой счисления: перевести исходное число в десятичную систему счисления, после чего полученное десятичное число представить в требуемой системе счисления.





ПРИМЕР 5

Переведём число 1234_5 в шестеричную систему счисления.

$$1234_5 = 1 \cdot 5^3 + 2 \cdot 5^2 + 3 \cdot 5^1 + 4 \cdot 5^0 = 194_{10} = 522_6$$

$$\begin{array}{r} 194 \quad | \quad 6 \\ \hline 18 \quad \color{red}{32} \quad | \quad 6 \\ \hline 14 \quad \color{green}{30} \quad \color{green}{5} \\ \hline 12 \quad \color{green}{2} \\ \hline \color{green}{2} \\ \leftarrow \end{array}$$

ПЕРЕВОД КОНЕЧНОЙ ДЕСЯТИЧНОЙ ДРОБИ В СИСТЕМУ СЧИСЛЕНИЯ С ОСНОВАНИЕМ q

Для перевода конечной десятичной дроби в систему счисления с основанием q следует:

- 1) последовательно умножать данное число и получаемые дробные части произведения на основание новой системы счисления до тех пор, пока дробная часть произведения не станет равна нулю или не будет достигнута требуемая точность представления числа;
- 2) полученные целые части (цифры числа) привести в соответствие алфавиту новой системы счисления;
- 3) составить дробную часть числа в новой системе счисления, начиная с целой части первого произведения.





ПРИМЕР 6

Переведём число $0,1875_{10}$ в двоичную систему счисления.

$$0,1875_{10} = X_2 = 0,0011_2$$

$$\begin{array}{r} \times 0,1875 \\ \hline 2 \\ \hline 0,3750 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 0,3750 \\ \hline 2 \\ \hline 0,7500 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 0,7500 \\ \hline 2 \\ \hline 1,5000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 0,5000 \\ \hline 2 \\ \hline 1,0000 \end{array}$$

Операция	Результат
$0,1875 \cdot 2$	0,3750
$0,3750 \cdot 2$	0,7500
$0,7500 \cdot 2$	1,5000
$0,5000 \cdot 2$	1,0000



БЫСТРЫЙ ПЕРЕВОД ЧИСЕЛ В КОМПЬЮТЕРНЫХ СИСТЕМАХ СЧИСЛЕНИЯ

Способ «быстрого» перевода основан на том, что каждой цифре числа в системе счисления, основание которой q кратно степени двойки, соответствует число, состоящее из n ($q=2^n$) цифр в двоичной системе счисления. Замена восьмеричных цифр двоичными тройками (*триадами*) и шестнадцатеричных цифр двоичными четвёрками (*тетрадами*) позволяет осуществлять быстрый перевод.

Восьмеричная цифра	Двоичная триада
0	000
1	001
2	010
3	011
4	100
5	101
6	110
7	111

Шестнадцатеричная цифра	Двоичная тетрада
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
A	1010
B	1011
C	1100
D	1101
E	1110
F	1111



БЫСТРЫЙ ПЕРЕВОД ЧИСЕЛ В КОМПЬЮТЕРНЫХ СИСТЕМАХ СЧИСЛЕНИЯ

Для этого

- 1) данное двоичное число надо разбить справа налево на группы по n цифр в каждой;
- 2) если в последней левой группе окажется меньше n разрядов, то её надо дополнить слева нулями до нужного числа разрядов;
- 3) рассмотреть каждую группу как n -разрядное двоичное число и записать её соответствующей цифрой системы счисления с основанием $q = 2^n$.





ПРИМЕР 7

Переведём число 11010100111_2 в восьмеричную систему счисления.

11010100111_2

исходное число

↓
 $11.010.100.111$

выделяем триады

↓
 $011.010.100.111$

дополняем левую группу слева нулём

↓
 $3.2.4.7$

выписываем восьмеричные цифры

↓
 3247_8

результат

Восьмеричная цифра	Двоичная триада
0	000
1	001
2	010
3	011
4	100
5	101
6	110
7	111





ПРИМЕР 8

Переведём число $16AC_{16}$ в двоичную систему счисления.

$16AC_{16}$

исходное число

0001.0110.1010.1100

заменяем каждую цифру тетрадой

1.0110.1010.1100

убираем слева незначащие нули

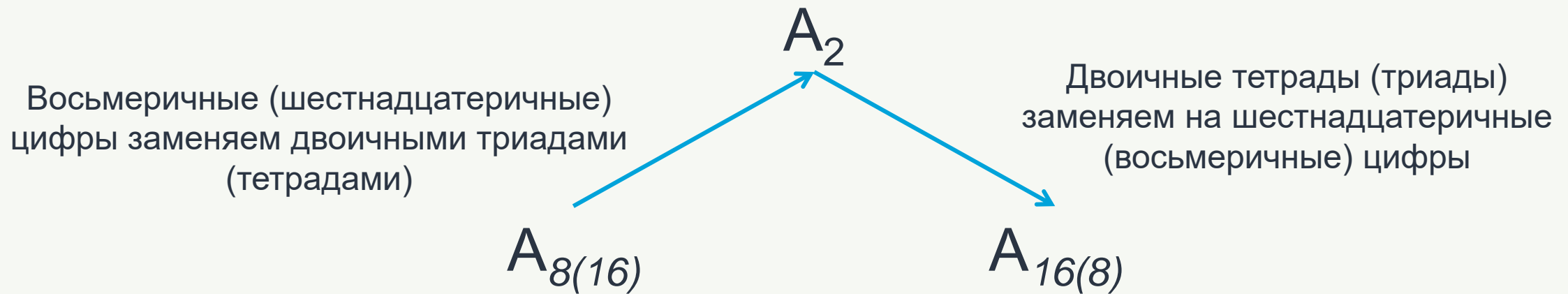
1011010101100

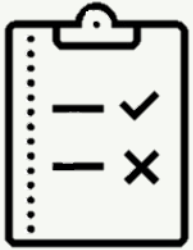
результат

Шестнадцатеричная цифра	Двоичная тетрада
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
A	1010
B	1011
C	1100
D	1101
E	1110
F	1111

ПЕРЕВОД ЦЕЛЫХ ЧИСЕЛ ИЗ ВОСЬМЕРИЧНОЙ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ В ШЕСТНАДЦАТЕРИЧНУЮ И ОБРАТНО

Через двоичную систему счисления можно проводить быстрые переводы из восьмеричной системы счисления в шестнадцатеричную и обратно





ПРИМЕР 9

Выполним перевод восьмеричного числа $67\ 252_8$ в шестнадцатеричную систему счисления.

$67\ 252_8$

↓
110.111.010.101.010

↓
110.1110.1010.1010

↓
0110.1110.1010.1010

↓
6.E.A.A

↓
6EAA

исходное число

заменяем каждую цифру триадой

разбиваем двоичную строку справа налево на тетрады

дополняем левую группу слева нулём

выписываем шестнадцатеричные цифры

результат

Восьмеричная цифра	Двоичная триада
0	000
1	001
2	010
3	011
4	100
5	101
6	110
7	111

Шестнадцатеричная цифра	Двоичная тетрада
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
A	1010
B	1011
C	1100
D	1101
E	1110
F	1111

БЫСТРЫЙ ПЕРЕВОД ДРОБНЫХ ЧИСЕЛ

Для того чтобы записать правильную двоичную дробь в системе счисления с основанием $q = 2^n$, достаточно:

двоичное число разбить слева направо на группы по n цифр в каждой;

если в последней правой группе окажется меньше n разрядов, то её надо дополнить справа нулями до нужного числа разрядов;

рассмотреть каждую группу как n -разрядное двоичное число и записать её соответствующей цифрой системы счисления с основанием $q = 2^n$.





ПРИМЕР 10

Число $0,101100011_2$ заменим равным ему шестнадцатеричным числом.

$0,101100011_2$
↓
 $0,1011.0001.1$
↓
 $0,1011.0001.1000$
↓
 $0,В.1.8$
↓
 $0,В18_{16}$

исходное число

разбиваем двоичную строку
слева направо на тетрады

дополняем правую группу
справа нулями

выписываем
шестнадцатеричные цифры

результат

Восьмеричная цифра	Двоичная триада
0	000
1	001
2	010
3	011
4	100
5	101
6	110
7	111

Шестнадцатеричная цифра	Двоичная тетрада
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
A	1010
B	1011
C	1100
D	1101
E	1110
F	1111



ПРИМЕР 11

Выясним, сколько значащих нулей в двоичной записи восьмеричного числа 1601_8 .

Для ответа на этот вопрос достаточно знать двоичные триады, соответствующие восьмеричным цифрам от 0 до 7 и выполнить «быстрый» перевод числа 1601_8 в двоичную систему счисления:

$$1601_8 = 001\ 110\ 000\ 001_2 = 1110000001_2.$$

В двоичной записи 6 значащих нулей, а первые два нуля являются незначащими и не учитываются.

Ответ: 6

Восьмеричная цифра	Двоичная триада
0	000
1	001
2	010
3	011
4	100
5	101
6	110
7	111





ПРИМЕР 12

Среди четырёхзначных шестнадцатеричных чисел, двоичная запись которых содержит ровно 7 единиц, найдём:

- 1) наименьшее число;
- 2) наибольшее число.

1000_{16} наименьшее четырёхзначное
шестнадцатеричное число

$1000_{16} = 0001\ 0000\ 0000\ 0000_2$ двоичное представление содержит всего
одну единицу

Чтобы получить наименьшее число, удовлетворяющее условию задачи, оставшиеся шесть единиц следует разместить в самых младших разрядах.

$1\ 0000\ 0011\ 1111_2 = 103F_{16}$

Чтобы получить наибольшее число, удовлетворяющее условию задачи, оставшиеся шесть единиц следует разместить в самых старших разрядах.

$1111\ 1110\ 0000\ 0000_2 = FE00_{16}$



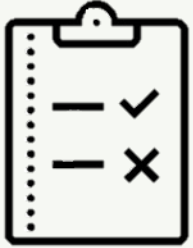
Для перевода целого десятичного числа в систему счисления с основанием q следует:

- 1) последовательно выполнять деление данного числа и получаемых целых частных на основание новой системы счисления до тех пор, пока не получится частное, равное нулю;
- 2) полученные остатки, являющиеся цифрами числа в новой системе счисления, привести в соответствие алфавиту новой системы счисления;
- 3) составить число в новой системе счисления, записывая его, начиная с последнего остатка.

В компьютерных науках широко используются двоичная, восьмеричная и шестнадцатеричная системы счисления, благодаря чему их называют «компьютерными». Между основаниями этих систем существует очевидная связь:

$$16 = 2^4, 8 = 2^3.$$

Если основание системы счисления q кратно степени двойки ($q = 2^n$), то любое число в этой системе счисления можно «быстро» перевести в двоичную систему счисления, выписав последовательно двоичные коды каждой из цифр, образующих исходное число. Замена восьмеричных цифр двоичными тройками (триадами) и шестнадцатеричных цифр двоичными четвёрками (тетрадами) позволяет осуществлять быстрый перевод между этими системами счисления, не прибегая к арифметическим операциям.

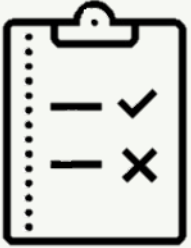


ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Переведите целые числа из десятичной системы счисления в двоичную систему счисления:

1) 1025; 2) 512; 3) 600.



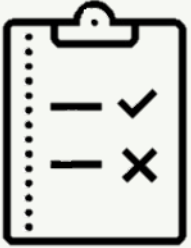


ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Переведите целое число 1147 из десятичной системы счисления в системы счисления:

- 1) пятеричную;
- 2) восьмеричную;
- 3) шестнадцатеричную.



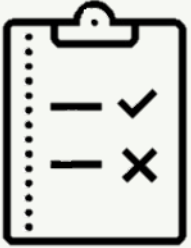


ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Переведите двоичные числа в восьмеричную систему счисления:

- 1) 1010001001011;
- 2) 1010,00100101.



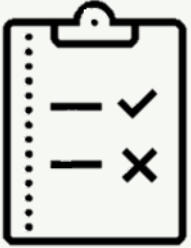


ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Переведите двоичные числа в шестнадцатеричную систему счисления:

- 1) 1010001001011;
- 2) 1010,00100101.



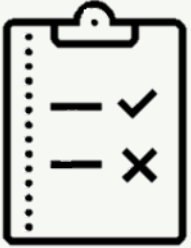


ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Переведите числа в двоичную систему счисления:

- 1) 266_8 ;
- 2) 266_{16} .



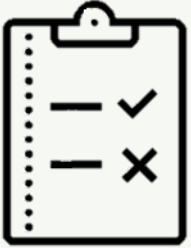


ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Переведите числа из восьмеричной системы счисления в шестнадцатеричную:

- 1) 12754;
- 2) 1515.

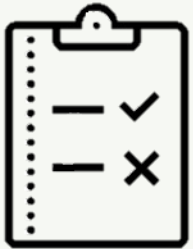




ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Переведите числа из шестнадцатеричной системы счисления в восьмеричную:

- 1) 1AE2;
- 2) 1C1C.

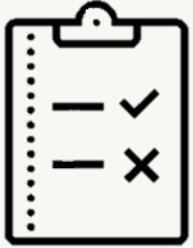


ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Сравните числа:

- 1) 125_{16} и 111100010101_2 ;
- 2) 757_8 и 1110010101_2 ;
- 3) $A23_{16}$ и 1232_8 .



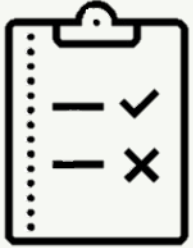


ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Сколько из чисел X , записанных в двоичной системе счисления, удовлетворяет неравенству $2218 < X < 9516$? Какие это числа?

1) 10010100_2 ; 2) 10010110_2 ; 3) 10010011_2 ; 4) 10001100_2 .



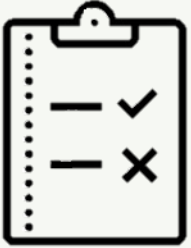


ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Сколько значащих нулей в двоичной записи:

- 1) восьмеричного числа 2501;
- 2) шестнадцатеричного числа 12A?



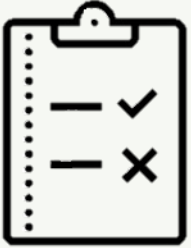


ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Среди четырёхзначных восьмеричных чисел, двоичная запись которых содержит ровно 5 единиц, найдите:

- 1) наименьшее число;
- 2) наибольшее число.



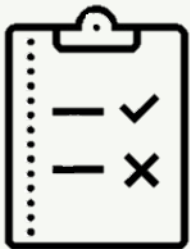


ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Среди трёхзначных шестнадцатеричных чисел, двоичная запись которых содержит ровно 7 нулей, найдите:

- 1) наименьшее число;
- 2) наибольшее число.





ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

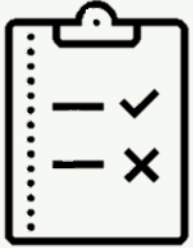
Все 5-буквенные слова, составленные из букв О, П, Р, Т, записаны в алфавитном порядке и пронумерованы. Вот начало списка:

- 1) ООООО
- 2) ООООП
- 3) ООООР
- 4) ООООТ
- 5) ОООПО

...

Какие слова находятся в этом списке на 531-м и 787-м местах?





ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись десятичного числа 82 оканчивается на 5.

