



**ИНФОРМАТИКА**

**10**  
класс

# ТАБЛИЦЫ ИСТИННОСТИ

ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ И АЛГЕБРЫ  
ЛОГИКИ

# КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

- ◆ таблицы истинности
- ◆ логическая функция
- ◆ равносильные (эквивалентные) логические выражения

# ТАБЛИЦА ИСТИННОСТИ

Таблицу значений, которые принимает логическое выражение при всех сочетаниях значений (наборах) входящих в него переменных, называют **таблицей истинности логического выражения**.

Функцию от  $n$  переменных, аргументы которой и сама функция принимают только два значения – 0 и 1, называют **логической функцией**.

Таблица истинности может рассматриваться как способ задания логической функции.

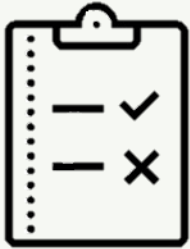
Таблицы истинности логических операций

A	$\bar{A}$	A	B	A & B	A ∨ B	A → B	A ⊕ B	A ↔ B
0	1	0	0	0	0	1	0	1
1	0	0	1	0	1	1	1	0
		1	0	0	1	0	1	0
		1	1	1	1	1	0	1

# ПОСТРОЕНИЕ ТАБЛИЦ ИСТИННОСТИ

- 1) определить количество строк таблицы  $m = 2^n$ , где  $n$  - количество переменных в логическом выражении
- 2) определить число столбцов таблицы как сумму логических переменных и логических операций в логическом выражении
- 3) установить последовательность выполнения логических операций с учётом скобок и приоритетов операций
- 4) заполнить строку с заголовками столбцов таблицы истинности (имена переменных, номера операций)
- 5) выписать наборы входных переменных (ряд целых  $n$ -разрядных двоичных чисел от  $0$  до  $2^n - 1$ )
- 6) провести заполнение таблицы истинности по столбцам, выполняя логические операции





# ПРИМЕР 1

Построим таблицу истинности для логического выражения

$$\overline{A \& B} \vee \overline{A \& B}$$

A	B	1	2	3	4	5
0	0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	0
1	1	0	0	1	0	1

Заполним таблицу истинности, следуя правилам построения таблицы истинности (для каждой строки в таблице записываем все возможные комбинации значений переменных (для каждой переменной поочередно записываем 0 и 1)).



# ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ ВЫРАЖЕНИЯ

Логические выражения, зависящие от одних и тех же логических переменных, называются **равносильными** или **эквивалентными**, если для всех наборов входящих в них переменных значения выражений в таблицах истинности совпадают.

A	B	$A \rightarrow B$	$\bar{A} \vee B$
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	1	1	1



## ПРИМЕР 2

Известен фрагмент таблицы истинности для логической функции  $F(A, B, C)$ . Сколько из приведённых ниже логических выражений соответствуют этому фрагменту?

а)  $(A \vee C) \& B$  ✓

б)  $(A \vee B) \& (C \rightarrow A)$  ✗

в)  $(A \& B \vee C) \& (B \rightarrow A \& C)$  ✗

г)  $(A \rightarrow B) \vee (C \vee A \rightarrow B)$  ✓

Таблица

Таблица

Таблица

Таблица

A	B	C	F
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

Ответить на поставленный вопрос можно, вычислив значение каждого логического выражения на заданном наборе переменных и сравнив его с имеющимся значением  $F$ .

Вычисления будем производить построчно.

Ответ





## ПРИМЕР 3

Дана логическая функция:  $F(x, y, z) = (x \vee y \vee z) \& (x \vee y)$ .

Справа приведён фрагмент таблицы истинности, содержащий все наборы переменных, на которых  $F$  истинна. Определите, какому столбцу таблицы соответствует каждая из переменных.

z	y	x	F
0	0	0	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	1	1	1

Существуют разные подходы к решению подобных задач:

1) построение полной таблицы истинности

Решение

2) методом рассуждений

Решение

Ответ





## ПРИМЕР 3

$z$	$y$	$x$	$A = x \vee \bar{y} \vee \bar{z}$	$B = \bar{x} \vee y$	$A \& B$	$F$
0	0	0	1	1	1	1
0	0	1	1	0	0	0
0	1	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1	1
1	0	1	1	0	0	0
1	1	0	0	1	0	0
1	1	1	1	1	1	1

Таблицу значений, которые принимает логическое выражение при всех сочетаниях значений (наборах) входящих в него переменных, называют таблицей истинности логического выражения.

Истинность логического выражения можно доказать путём построения его таблицы истинности.

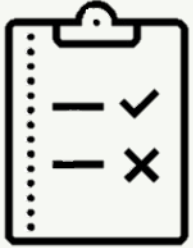
Функцию от  $n$  переменных, аргументы которой и сама функция принимают только два значения — 0 и 1, называют логической функцией. Таблица истинности может рассматриваться как способ задания логической функции.



# ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Что представляет собой таблица истинности?





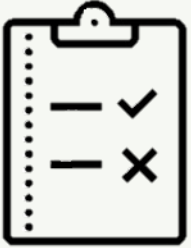
# ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Составлена таблица истинности для логического выражения, содержащего  $n$  переменных. Известно  $m$  — количество строк, в которых выражение принимает значение 0. Требуется выяснить, в скольких случаях логическое выражение примет значение 1 при следующих значениях  $n$  и  $m$ :

а)  $n=6$ ,  $m=15$ ;

б)  $n=7$ ,  $m=100$ ;

в)  $n=10$ ,  $m=500$ .



# ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

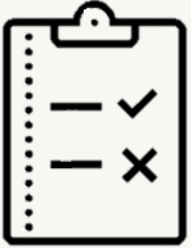
Постройте таблицы истинности для логического выражения:

а)  $(A \rightarrow B) \leftrightarrow (A \& B)$ ;

б)  $(A \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow \bar{B}) \rightarrow \bar{A})$ ;

в)  $(A \rightarrow (C \rightarrow B)) \rightarrow (B \vee C)$ .





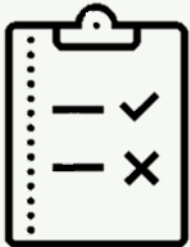
# ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Рассмотрите два составных высказывания:

- ◆  $F_1 =$  «Если одно слагаемое делится на 3 и сумма делится на 3, то и другое слагаемое делится на 3»;
- ◆  $F_2 =$  «Если одно слагаемое делится на 3, а другое слагаемое не делится на 3, то сумма не делится на 3».

Формализуйте эти высказывания, постройте таблицы истинности для каждого из полученных выражений и убедитесь, что результирующие столбцы совпадают.





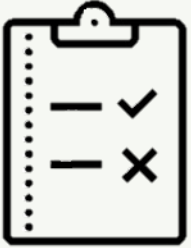
# ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Логическое выражение, являющееся истинным при любом наборе входящих в него переменных, называется тождественно истинным. Убедитесь, что следующие логические выражения являются тождественно истинными:

1)  $A \rightarrow (B \rightarrow A)$ ;

2)  $(A \rightarrow \bar{B}) \rightarrow (B \rightarrow \bar{A})$ ;

3)  $(A \& C \rightarrow B) \rightarrow (C \rightarrow (A \vee B \rightarrow B \& C))$ .

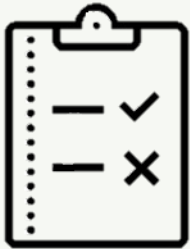


# ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Какое из приведённых логических выражений равносильно выражению

$(A \rightarrow C) \& (B \rightarrow C)$ ?

- 1)  $A \& B \rightarrow C$ ;
- 2)  $A \rightarrow B \rightarrow C$ ;
- 3)  $A \vee B \rightarrow C$ ;
- 4)  $A \leftrightarrow B \rightarrow C$ .



# ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Известен фрагмент таблицы истинности для логического выражения  $F$ , содержащего логические переменные  $A$ ,  $B$  и  $C$ .

$A$	$B$	$C$	$F$
0	1	0	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	1	1

Какое из приведенных далее логических выражений соответствует этому фрагменту?

- 1)  $A \& C \vee (B \rightarrow A)$ ;
- 2)  $(A \vee B) \& (C \rightarrow A)$ ;
- 3)  $(A \& B \vee C) \& (B \rightarrow A \& C)$ ;
- 4)  $\overline{(B \rightarrow A)} \vee (C \vee A \rightarrow B)$ ;
- 5) ни одна из указанных формул.



# ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Логическая функция  $F$  задаётся выражением

$$(A \& B \& \bar{C}) \vee (A \& B \& C) \vee (A \& \bar{B} \& \bar{C}).$$

Ниже приведён фрагмент таблицы истинности, содержащий все наборы переменных, на которых  $F$  ложна.

?	?	?	$F$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0

Какому столбцу таблицы истинности функции  $F$  соответствует каждая из переменных  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ?

