



ИНФОРМАТИКА

10
класс

ЛОГИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ И СПОСОБЫ ИХ РЕШЕНИЯ

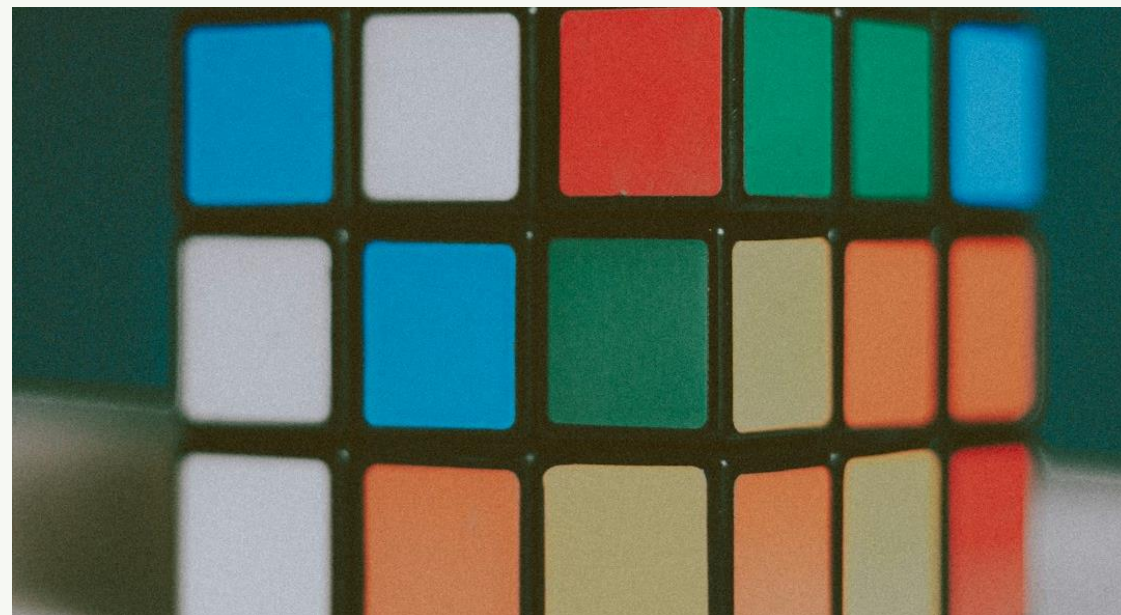
ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ И АЛГЕБРЫ
ЛОГИКИ

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

- ◆ логические задачи
- ◆ метод рассуждений
- ◆ задачи о рыцарях и лжецах
- ◆ логические выражения
- ◆ таблицы истинности

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЛОГИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Исходными данными в логических задачах являются высказывания. Сложность взаимосвязи между высказываниями требует специальных методов решения.



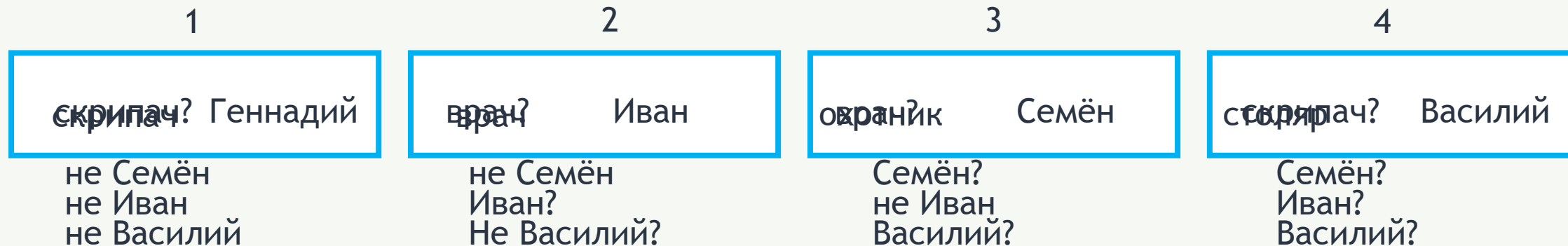


ПРИМЕР 1

На одной улице стоят в ряд 4 дома, в каждом из них живёт по одному человеку. Их зовут Василий, Семён, Геннадий и Иван. Известно, что все они имеют разные профессии: скрипач, столяр, охотник и врач. Известно, что:

- 1) столяр живёт правее охотника;
- 2) врач живёт левее охотника;
- 3) скрипач живёт с краю;
- 4) скрипач живёт рядом с врачом;
- 5) Семён не скрипач и не живёт рядом со скрипачом;
- 6) Иван живёт рядом с охотником;
- 7) Василий живёт правее врача;
- 8) Василий живёт через дом от Ивана.

Определим, кто где живёт.

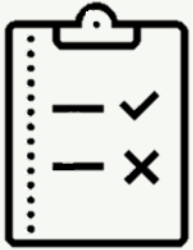


ЗАДАЧИ О РЫЦАРЯХ И ЛЖЕЦАХ

Решение задачи сводится к перебору вариантов и исключению тех из них, которые приводят к противоречию. Задачи о рыцарях и лжецах – это такой класс логических задач, в которых фигурируют персонажи:

- **рыцарь** – человек, всегда говорящий правду
- **лжец** – человек, всегда говорящий ложь
- **обычный человек** – человек, который в одних ситуациях может говорить правду, а в других – лгать





ПРИМЕР 2

Вы попали в лабиринт и оказались перед двумя мостами. Мосты перекинуты над болотом. Для того чтобы перейти на другую сторону болота, вам необходимо выбрать один из двух мостов. Однако один из жителей лабиринта лжец, а другой рыцарь. Каким мостом следует перейти?

Ответы разные.

- Если выход по мосту А, то рыцарь ответит: «Да», а лжец ответит: «Нет».
- Если выход по мосту В, то рыцарь ответит: «Нет», а лжец ответит «Да»

Мост А ❌

Мост В ✅

Ты рыцарь? ❌

Твой друг рыцарь? ❌

Мне лучше выбрать мост А? ❌

Твой друг отправит на мост В? ✅

НЕТ!



НЕТ!





ПРИМЕР 3

Перед нами три человека: *A*, *B* и *C*. Один из них рыцарь, другой — лжец, третий — нормальный человек. При этом неизвестно, кто есть кто. Эти люди утверждают следующее:

- 1) *A*: я нормальный человек;
- 2) *B*: это правда;
- 3) *C*: я не нормальный человек.

Кто такие *A*, *B* и *C*?

A	B	C
Р	Л	Н
Р	Н	Л
Л	Р	Н
Л	Н	Р
Н	Р	Л
Н	Л	Р

ЗАДАЧИ НА СОПОСТАВЛЕНИЕ. ТАБЛИЧНЫЙ МЕТОД

Многие логические задачи связаны с рассмотрением нескольких конечных множеств и связей между их элементами. Для решения таких задач зачастую прибегают к помощи таблиц или графов. От того, насколько удачно выбрана их структура, во многом зависит успешность решения задачи.

По крайней мере одну из этих конфет можно съесть.

Красную есть нельзя!



Красная	Конфеты		Синяя	Кот
+	+	+	-	-
+	+	-	-	-
+	-	+	+	+
-	-	-	+	-

Может, оба истинны, а может, оба ложны



ПРИМЕР 4

В летнем лагере в одной палатке жили Алёша, Боря, Витя и Гриша. Все они разного возраста, учатся в разных классах (с 7-го по 10-й) и занимаются в разных кружках: математическом, авиамодельном, шахматном и фотокружке. Выяснилось, что фотограф старше Гриши, Алёша старше Вити, а шахматист старше Алёши. В воскресенье Алёша с фотографом играли в теннис, а Гриша в то же время проиграл авиамodelисту в городки.

X \ Y	Математика	Авиамоделирование	Шахматы	Фотография
Алёша	1	0	0	0
Боря	0	0	0	1
Витя	0	1	0	0
Гриша	0	0	1	0

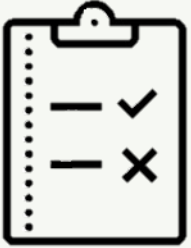


ПОСТРОЕНИЕ ТАБЛИЦ ИСТИННОСТИ

Аппарат алгебры логики позволяет применять к широкому классу логических задач универсальные методы, основанные на формализации условий задачи. Одним из таких методов является построение таблицы истинности по условию задачи и её анализ.

Одним из таких методов является построение таблицы истинности по условию задачи и её анализ. Для этого следует:

- 1) выделить из условия задачи элементарные (простые) высказывания и обозначить их буквами;
- 2) записать условие задачи на языке алгебры логики, соединив простые высказывания в составные с помощью логических операций;
- 3) построить таблицу истинности для полученных логических выражений;
- 4) выбрать решение — набор логических переменных (элементарных высказываний), при котором значения логических выражений соответствуют условиям задачи;
- 5) убедиться, что полученное решение удовлетворяет всем условиям задачи.



ПРИМЕР 5

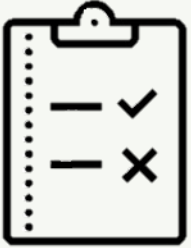
Три подразделения A , B , C торговой фирмы стремились получить по итогам года максимальную прибыль. Экономисты высказали следующие предположения:

- 1) если A получит максимальную прибыль, то максимальную прибыль получат B и C ;
- 2) A и C одновременно получают или не получают максимальную прибыль;
- 3) необходимым условием получения максимальной прибыли подразделением C является получение максимальной прибыли подразделением B .

По завершении года оказалось, что одно из трёх предположений ложно, а остальные два истинны.

Выясним, какие из названных подразделений получили максимальную прибыль.





ПРИМЕР 5

A — « A получит максимальную прибыль»;

B — « B получит максимальную прибыль»;

C — « C получит максимальную прибыль».

$$F_1 = A \rightarrow B \& C;$$

$$F_2 = A \& C \vee \bar{A} \& \bar{C};$$

$$F_3 = C \rightarrow B.$$

A	B	C	F_1	F_2	F_3
0	0	0	1	1	1
0	0	1	1	0	0
0	1	0	1	1	1
0	1	1	1	0	1
1	0	0	0	0	1
1	0	1	0	1	0
1	1	0	0	0	1
1	1	1	1	1	1

РЕШЕНИЕ ЛОГИЧЕСКИХ ЗАДАЧ ПУТЁМ УПРОЩЕНИЯ ЛОГИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ

- 1) выделить из условия задачи элементарные (простые) высказывания и обозначить их буквами;
- 2) записать условие задачи на языке алгебры логики, соединив простые высказывания в составные с помощью логических операций;
- 3) составить единое логическое выражение, учитывающее все требования задачи;
- 4) используя законы алгебры логики, упростить полученное выражение и вычислить его значение;
- 5) выбрать решение — набор логических переменных (элементарных высказываний), при котором построенное логическое выражение является истинным;
- 6) убедиться, что полученное решение удовлетворяет всем условиям задачи.



ПРИМЕР 6

Суд присяжных выслушал трех свидетелей:

1-ый: Если Андреев был на месте преступления, то там был Борисов.

2-ой: Первый свидетель прав или на месте преступления был Семенов.

3-ий: Борисова не было или если был Андреев, то был Семенов.

Подсказка
№1

После рассмотрения всех материалов стало понятно, что второй или третий свидетель ошиблись. Кто был на месте преступления?

Подсказка №2

$$((\bar{A} \vee B) \vee C) \& ((\bar{A} \vee C) \vee \bar{B}) = 0$$

$$(\bar{A} \vee C \vee B) \& (\bar{A} \vee C \vee \bar{B}) = 0$$

$$\bar{A} \vee C \vee B \& \bar{B} = 0$$

$$\bar{A} \vee C = 0$$

Ответ: Андреев был, Семенов не был, Борисов – неизвестно.

Решение

Ответ

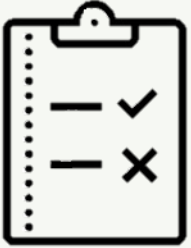


Исходными данными в логических задачах являются высказывания. При этом высказывания и взаимосвязи между ними бывают так сложны, что разобраться в них без использования специальных методов бывает достаточно трудно.

Основная идея метода рассуждений состоит в том, чтобы последовательно анализировать всю информацию, имеющуюся в задаче, и делать на этой основе выводы.

Многие логические задачи связаны с рассмотрением нескольких конечных множеств и связей между их элементами. Для решения таких задач зачастую прибегают к помощи таблиц или графов. От того, насколько удачно выбрана их структура, во многом зависит успешность решения задачи.

Аппарат алгебры логики позволяет применять к широкому классу логических задач универсальные методы, основанные на формализации условий задачи. К ним относятся методы: 1) построения таблицы истинности по условию задачи и её анализ; 2) составления и упрощения логического выражения.



ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Вы встретили 10 островитян, стоящих по кругу. Каждый из них произнёс фразу: «Следующие 4 человека, стоящие после меня по часовой стрелке, лжецы». Сколько среди них лжецов?

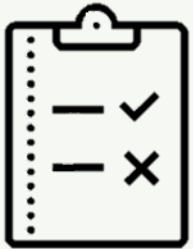




ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Однажды некий путешественник гостил на острове рыцарей и лжецов. Там ему встретились два местных жителя. Путешественник спросил одного из них: «Кто-нибудь из вас рыцарь?» Его вопрос не остался без ответа, и он узнал то, что хотел. Кем был островитянин, к которому путешественник обратился с вопросом, — рыцарем или лжецом? Кем был другой островитянин?





ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

В старинном индийском храме восседали три богини: Правда, Ложь и Мудрость. Правда говорит только правду, Ложь всегда лжёт, а Мудрость может сказать правду или солгать. Паломник, посетивший храм, спросил у богини слева: «Кто сидит рядом с тобой?» «Правда», — ответила та. Тогда он спросил у средней: «Кто ты?» «Мудрость», — отвечала она. Наконец он спросил у той, что справа: «Кто твоя соседка?» «Ложь», — ответила богиня. И после этого паломник точно знал, кто есть кто. Определите, на каком месте сидит каждая из богинь.





ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

В симфонический оркестр приняли на работу трёх музыкантов — Борисова, Сергеева и Васечкина, умеющих играть на скрипке, флейте, альте, кларнете, гобое и трубе. Каждый из музыкантов владеет двумя инструментами.

Известно, что:

- 1) Сергеев — самый высокий;
- 2) играющий на скрипке меньше ростом играющего на флейте;
- 3) играющие на скрипке и флейте и Борисов любят пиццу;
- 4) когда между альтистом и трубачом возникает ссора, Сергеев мирит их;
- 5) Борисов не умеет играть ни на трубе, ни на гобое.
- 6) Выясните, на каких инструментах играет каждый из музыкантов.





ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

В педагогическом институте Аркадьева, Бабанова, Корсакова, Дашков, Ильин и Флёров преподают экономическую географию, английский язык, немецкий язык, историю, французский язык, математику.

Известно, что:

- 1) преподаватель немецкого языка и преподаватель математики в студенческие годы занимались художественной гимнастикой; в то время это был женский вид спорта;
 - 2) Ильин старше Флёрова, но стаж работы у него меньше, чем у преподавателя экономической географии;
 - 3) будучи студентками, Аркадьева и Бабанова учились в одном университете. Все остальные окончили педагогический институт;
 - 4) Флёров — сын преподавателя французского языка, но студентом у него не был;
 - 5) преподаватель французского языка — самый старший из всех по возрасту и у него самый большой стаж работы. Он работает в педагогическом институте с тех пор, как окончил его. Преподаватели математики и истории — его бывшие студенты;
 - 6) Аркадьева старше преподавателя немецкого языка.
- Кто какой предмет преподаёт?



ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

На вопрос «Кто из девушек собирается прийти на день рождения к Саше?» был получен уклончивый ответ: «Если Марина придёт на день рождения, то Надя тоже придёт, а Таня не придёт. Если Надя придёт, то Таня придёт в том и только в том случае, если не придёт Марина». Можно ли по этой информации точно установить, кто из девушек придёт к Саше, а кто — нет?





ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

В бюро переводов приняли на работу троих сотрудников: Диму, Сашу и Юру. Каждый из них знает ровно два иностранных языка из следующего набора: немецкий, японский, шведский, китайский, французский и греческий. При этом среди новых сотрудников есть переводчик с каждого из этих языков.

Известно, что:

- 1) ни Дима, ни Юра не знают японского;
- 2) переводчик с шведского старше переводчика с немецкого;
- 3) переводчик с китайского, переводчик с французского и Саша родом из одного города;
- 4) переводчик с греческого, переводчик с немецкого и Юра учились втроём в одном институте;
- 5) Дима — самый молодой из всех троих, и он не знает греческого;
- 6) Юра знает два европейских языка.

Укажите имена переводчика с шведского языка и переводчика с китайского языка.





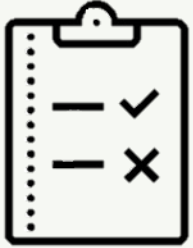
ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Ребята знали, что у четырёх подруг — Маши, Кати, Вали и Наташи — дни рождения приходятся на разное время года, но не могли точно вспомнить, у кого на какое. Попытка вспомнить закончилась следующими утверждениями:

- 1) у Вали день рождения зимой, а у Кати — летом;
- 2) у Кати день рождения осенью, а у Маши — весной;
- 3) весной празднует день рождения Наташа, а Валя отмечает его летом.

Позже выяснилось, что в каждом утверждении только одно из двух высказываний истинно. В какое время года день рождения у каждой из девушек?

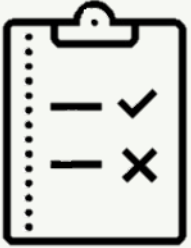




ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

В санатории на берегу моря отдыхают отец O , мать M , сын S и две дочери D_1 и D_2 . До завтрака члены семьи часто купаются в море, причём известно, что если отец утром отправляется купаться, то с ним обязательно идут мать и сын; если сын идёт купаться, то его сестра D_1 отправляется вместе с ним; вторая дочь D_2 купается тогда и только тогда, когда купается мать; каждое утро купается по крайней мере один из родителей. Если в воскресенье утром купалась в море лишь одна из дочерей, то кто из членов семьи в это утро ходил на море?





ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

В нарушении правил обмена валюты подозреваются четыре работника банка — Антипов (A), Борисов (B), Цветков (C) и Дмитриев (D). Известно, что:

- 1) если A нарушил, то и B нарушил правила обмена валюты;
- 2) если B нарушил, то и C нарушил или A не нарушил;
- 3) если D не нарушил, то A нарушил, а C не нарушил;
- 4) если D нарушил, то и A нарушил.

Кто из подозреваемых нарушил правила обмена валюты?

