



ИНФОРМАТИКА

8

класс

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О СИСТЕМАХ СЧИСЛЕНИЯ

СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

- ◆ система счисления
- ◆ цифра
- ◆ алфавит
- ◆ непозиционная система счисления
- ◆ позиционная система счисления
- ◆ основание системы счисления
- ◆ развёрнутая форма записи числа
- ◆ свёрнутая форма записи числа

СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ - это знаковая система, определяющая правила записи чисел.

ЦИФРЫ - знаки, с помощью которых записываются числа.

АЛФАВИТ - совокупность знаков для записи чисел в некоторой системе счисления.

Цифры служат для обозначения чисел, называемых **узловыми**.

Остальные числа - **алгоритмические** - получаются из узловых в результате определённых операций.



СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

```
graph TD; A[СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ] --> B[унарные]; A --> C[непозиционные]; A --> D[позиционные];
```

унарные

непозиционные

позиционные

УНАРНАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ

Простейшая и самая древняя система - **унарная** система счисления. В ней для записи любых чисел используется всего один символ - палочка, узелок, зарубка, камушек.

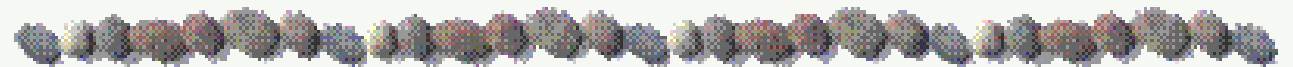
Зарубки



УНАРНАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ

Простейшая и самая древняя система - **унарная** система счисления. В ней для записи любых чисел используется всего один символ - палочка, узелок, зарубка, камушек.

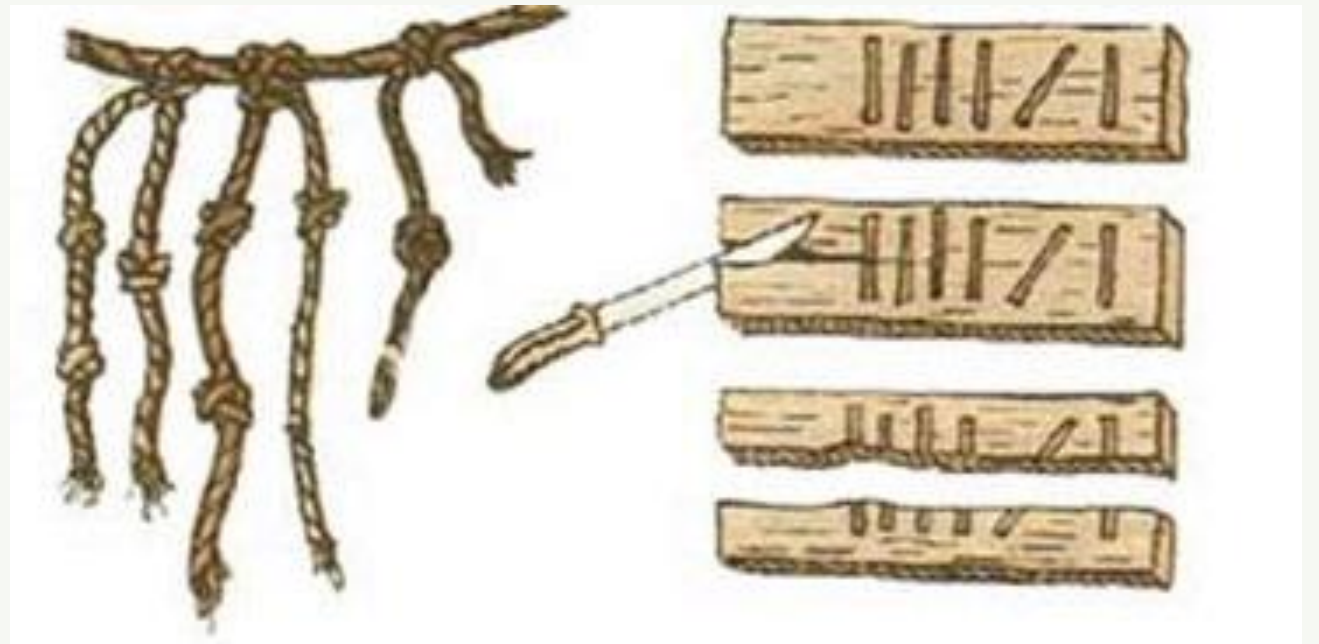
Камушки



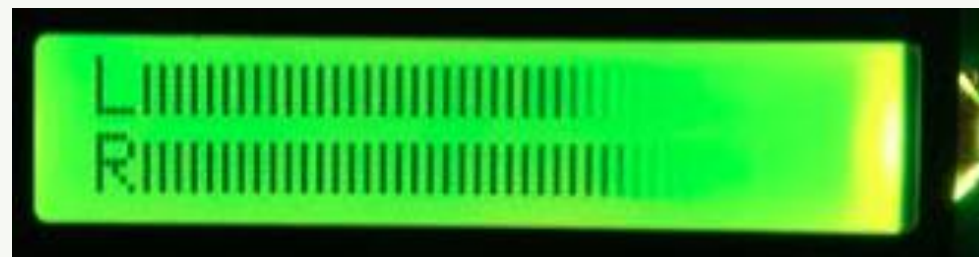
УНАРНАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ

Простейшая и самая древняя система - **унарная** система счисления. В ней для записи любых чисел используется всего один символ - палочка, узелок, зарубка, камушек.

Узелки, зарубки



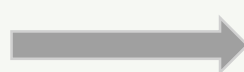
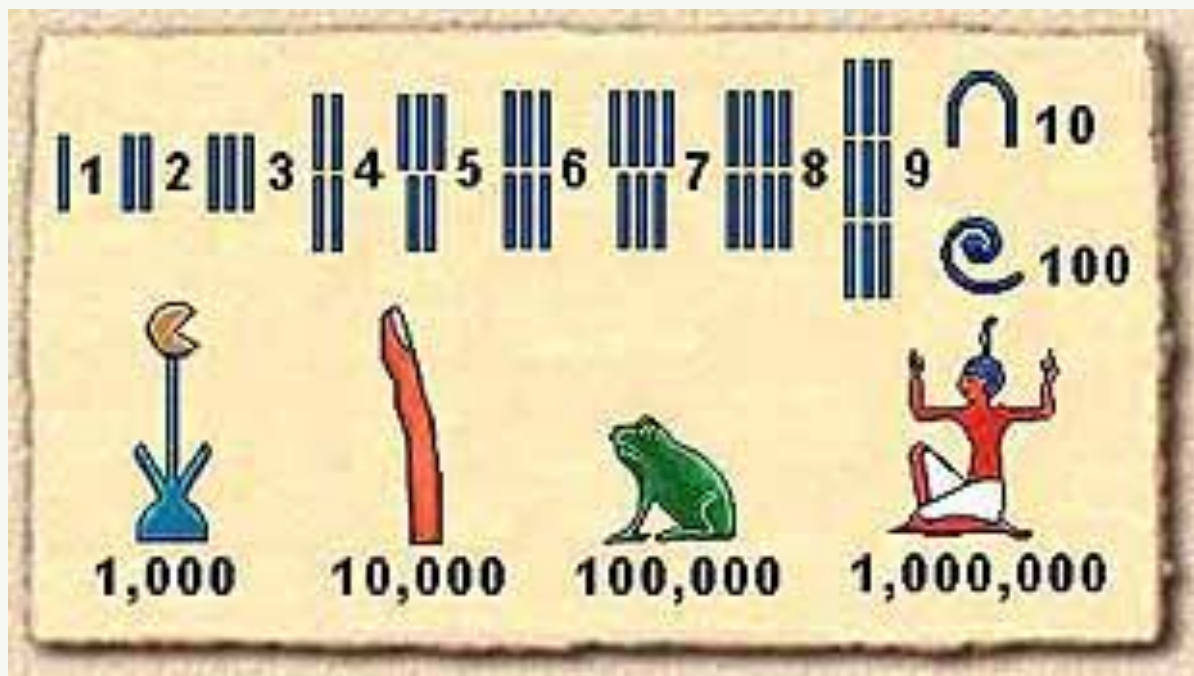
Унарная система счисления (счетные палочки) используется для обучения детей счету.



Унарную систему можно разглядеть в индикаторах уровня звукового сигнала в аудиосистемах.

Робинзон Крузо использовал унарную систему счисления (зарубки на дереве) для ведения календаря на необитаемом острове.

ДРЕВНЕЕГИПЕТСКАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ



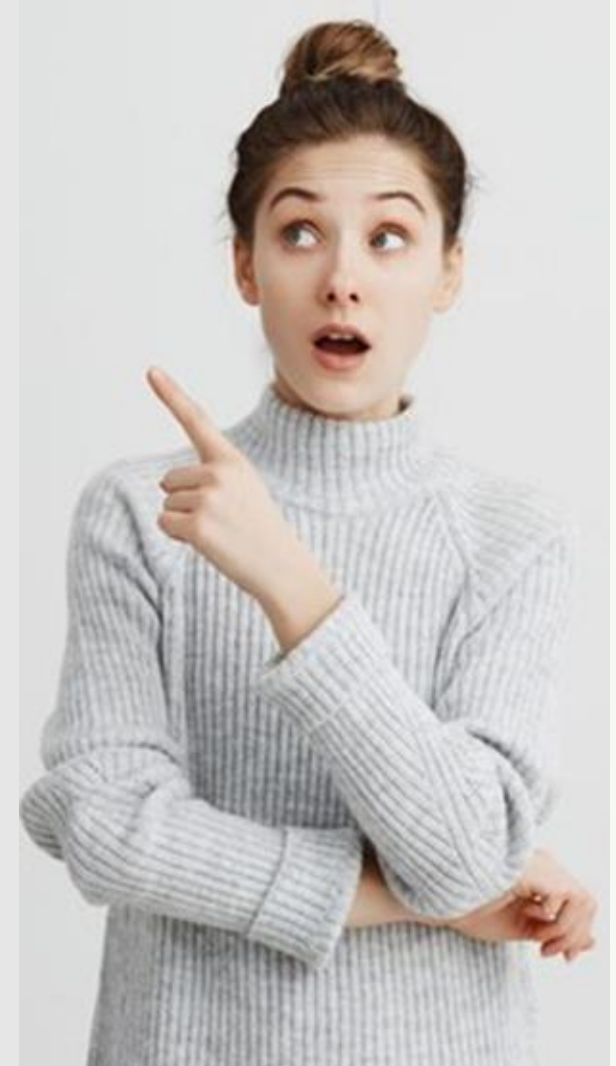
1235

НЕПОЗИЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

Система счисления называется **непозиционной**, если количественный эквивалент цифры не зависит от её положения в записи числа.

Проблемы непозиционных систем счисления:

- ◆ бесконечный алфавит;
- ◆ невозможность записи дробных и отрицательных чисел;
- ◆ сложность выполнения арифметических операций.



РИМСКАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ

I	II	III	IV	V
1	2	3	4	5
VI	VII	VIII	IX	
6	7	8	9	
X	L	C	D	M
10	50	100	500	1000

Мы.....1000
Даем.....500
Советы.....100
Лишь.....50
Хорошо.....10
Воспитанным.....5
Индивидам.....1



ЗАПИСЬ ЧИСЕЛ В РИМСКОЙ СИСТЕМЕ СЧИСЛЕНИЯ

1	I	100	C
5	V	500	D
10	X	1000	M
50	L		

Алгоритмические числа получаются путём сложения и вычитания **узловых** чисел с учётом следующего правила:

- ◆ каждый меньший знак, поставленный справа от большего, прибавляется к его значению;
- ◆ каждый меньший знак, поставленный слева от большего, вычитается из него.

$$1920 = \text{MCMXX}$$



ЗАПИСЬ ЧИСЕЛ В РИМСКОЙ СИСТЕМЕ СЧИСЛЕНИЯ

«Правила вычитания»:

- ◆ вычитаться могут только значения цифр I, X, C;
- ◆ в качестве уменьшаемого могут выступать только две цифры, ближайšie к вычитаемой цифре по числовому ряду I, X, L, C, D, M;
- ◆ повторение вычитаемой цифры не допускается.



ЗАПИСЬ ЧИСЕЛ В РИМСКОЙ СИСТЕМЕ СЧИСЛЕНИЯ

Единицы	Десятки	Сотни	Тысячи
1 I	10 X	100 C	1000 M
2 II	20 XX	200 CC	2000 MM
3 III	30 XXX	300 CCC	3000 MMM
4 IV	40 XL	400 CD	
5 V	50 L	500 D	
6 VI	60 LX	600 DC	
7 VII	70 LXX	700 DCC	
8 VIII	80 LXXX	800 DCCC	
9 IX	90 XC	900 CM	

В наши дни любую из римских цифр предлагается использовать в записи одного числа не более трёх раз подряд.



СЛАВЯНСКАЯ КИРИЛЛИЧЕСКАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ

Ѧ	Ѣ	Ѣ	Ѧ	Ѥ	Ѥ	Ѧ	Ѣ	Ѧ
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Ѣ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѣ	Ѧ	Ѧ	Ѣ	Ѧ
10	20	30	40	50	60	70	80	90
Ѧ	Ѥ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ
100	200	300	400	500	600	700	800	900

Ѧ	Тысяча	1000
Ѧ	Тьма	10 000
Ѧ	Легион	100 000
Ѧ	Леодр	1 000 000
Ѧ	Ворон	10 000 000
Ѧ	Колода	100 000 000



55 288 1 498

нѣ спи, а 8чи

ПОЗИЦИОННАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ

Система счисления называется **позиционной**, если количественный эквивалент цифры зависит от её положения в записи числа.

Основание позиционной системы счисления равно количеству цифр, составляющих её алфавит.

Базисом позиционной системы счисления называется последовательность чисел, каждое из которых задаёт вес соответствующего разряда.

Алфавит десятичной системы счисления:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Базис десятичной системы счисления:

1, 10, 100, 1000, ...

Основание десятичной системы счисления: **10**



ПРИМЕР

$$355 = 3 \times 100 + 5 \times 10 + 5 \times 1$$

↑
КОЛИЧЕСТВО СОТЕН

↑
КОЛИЧЕСТВО ДЕСЯТКОВ

↑
КОЛИЧЕСТВО ЕДИНИЦ



УЗЛОВЫЕ И АЛГОРИТМИЧЕСКИЕ ЧИСЛА

Узловые числа обозначаются цифрами.



Алгоритмические числа образуются из узловых:

$$5 \times 100 + 4 \times 10 + 8 = 548$$



ИСТОРИЧЕСКАЯ СПРАВКА

Начало десятичной системе счисления было положено в древнем Египте и Вавилоне.

В основном её формирование было завершено индийскими математиками в V-VII вв. н.э. Арабы, познакомившись с этой нумерацией, по достоинству оценили её удобство и начали использовать в торговле.

В XII веке арабская нумерация распространилась по всей Европе.



ПОЗИЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

Существует множество позиционных систем счисления.

- ◆ Основанием позиционной системы счисления может служить любое натуральное число $q > 1$.
- ◆ Алфавитом позиционной системы счисления с основанием q служат числа $0, 1, \dots, q - 1$.



СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ С ОСНОВАНИЕМ 5

Основание: 5

Алфавит: 0, 1, 2, 3, 4

Базис: 1, 5, 25, 125, ...

1224_5

210_5

2311_5



СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ С ОСНОВАНИЕМ q

Основание: q

Алфавит: $0, 1, \dots, q - 1$

Базис: $1, q, q^2, q^3, \dots$

Свернутая форма записи целого положительного числа:

$$A_q = (a_{n-1}a_{n-2}\dots a_1a_0)_q$$

124_6

3210_4

1010_2

7311_8



ОСНОВАНИЯ И АЛФАВИТЫ

Основание	Название	Алфавит
$q = 2$	двоичная (<i>binary, bin</i>)	0, 1
$q = 3$	троичная	0, 1, 2
$q = 5$	пятеричная	0, 1, 2, 3, 4
$q = 8$	восьмеричная (<i>decimal, dec</i>)	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
$q = 16$	шестнадцатеричная (<i>hexadecimal, hex</i>)	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F



СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ С ОСНОВАНИЕМ q

Развернутая форма записи целого положительного числа:

$$A_q = a_{n-1} \cdot q^{n-1} + a_{n-2} \cdot q^{n-2} + \dots + a_1 \cdot q^1 + a_0 \cdot q^0$$

Здесь:

A - число,

q - основание системы счисления,

a_i - цифры из алфавита системы счисления,

n - количество разрядов числа,

q^i - вес i -го разряда числа.



РАЗВЕРНУТАЯ ФОРМА ЗАПИСИ

5432 - запись числа в свернутой форме.

$$5432 = 5000 + 400 + 30 + 2$$

$$5432 = 5 \times 1000 + 4 \times 100 + 3 \times 10 + 2 \times 1$$

$$5432 = 5 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 2 \times 10^0$$

Развернутая форма записи числа - запись числа в виде суммы разрядных слагаемых.



РАЗВЕРНУТАЯ ФОРМА ЗАПИСИ

Развернутая форма записи числа - запись числа в виде суммы разрядных слагаемых.

$$5432 = 5 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 2 \times 10^0$$

Степени основания определяют количественный эквивалент цифры в записи числа.



РАЗВЕРНУТАЯ ФОРМА ЗАПИСИ

Развернутая форма записи числа - запись числа в виде суммы разрядных слагаемых.

$$5432_8 = 5 \times 8^3 + 4 \times 8^2 + 3 \times 8^1 + 2 \times 8^0$$

$$5432_8 = 5 \times 512 + 4 \times 64 + 3 \times 8 + 2 \times 1 = 2842$$



КАК ЗАПИСАТЬ ЧИСЛО В РАЗВЕРНУТОЙ ФОРМЕ

1) Выписать число в свернутой форме

2) Над цифрами числа справа налево расставить степени, начиная с нуля.

3) Составить сумму, каждое слагаемое которой - это произведение цифры в записи числа и основания используемой системы счисления в степени, указанной над этой цифрой.

$$515_6 = 5 \times 6^2 + 1 \times 6^1 + 5 \times 6^0$$

$$155_8 = 1 \times 8^2 + 5 \times 8^1 + 5 \times 8^0$$

КАК ПЕРЕВЕСТИ ЧИСЛО В ДЕСЯТИЧНУЮ СИСТЕМУ СЧИСЛЕНИЯ

Чтобы перевести число из позиционной системы счисления с основанием q в десятичную систему счисления, необходимо:

- 1) записать исходное число в развёрнутой форме,
- 2) вычислить значение получившегося арифметического выражения.



КАК СРАВНИТЬ ЧИСЛА, ЗАПИСАННЫЕ В РАЗНЫХ СИСТЕМАХ СЧИСЛЕНИЯ

1) Записать каждое из чисел в развернутой форме.

2) Вычислить десятичный эквивалент каждого числа.

3) Сравнить десятичные эквиваленты исходных чисел.



ДОСТОИНСТВА ПОЗИЦИОННОЙ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

Простота выполнения арифметических операций.

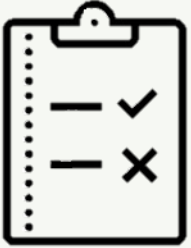
Ограниченное количество символов, необходимых для записи любых чисел.



Мысль выразить все числа немногими знаками, придавая им значение по форме, ещё значение по месту, настолько проста, что именно из-за этой простоты трудно оценить, насколько она удивительна.

Пьер-Симон Лаплас

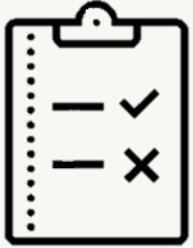




ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Чем различаются унарные, позиционные и непозиционные системы счисления?





ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

На постаменте памятника Петру I в Санкт-Петербурге римскими цифрами записан год открытия памятника: MDCCLXXII. В каком году был открыт этот памятник?





ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Как вы считаете, почему позиционные системы счисления с основаниями 5, 10, 12 и 20 называют системами счисления анатомического происхождения?

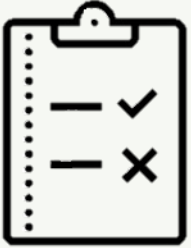




ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Как от свёрнутой формы записи десятичного числа перейти к его развёрнутой форме?





ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

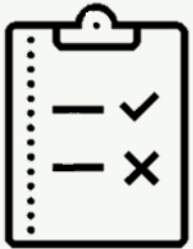
Запишите в развёрнутом виде числа:

а) $143,511_{10}$

б) 143511_8

в) 143511_{16}





ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Запишите числа в свернутой форме:

а) $5 \times 10^3 + 0 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 1 \times 10^0 =$

б) $1 \times 10^4 + 6 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 3 \times 10^0 + 9 \times 10^{-1} =$





ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

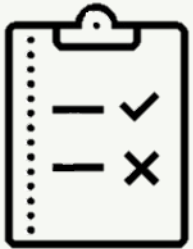
Запишите десятичные числа в развернутой форме:

а) 2021

б) 435

в) 3008





ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

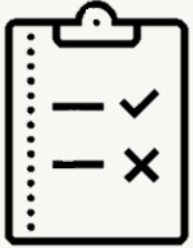
Вычислите десятичные эквиваленты следующих чисел:

а) 172_8 ;

б) 219_{16} ;

в) 101010_2 ;

г) 243_6 .



ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Укажите, какое из чисел 110011_2 , 111_4 , 35_8 и 16_{16} является:

- а) наибольшим;
- б) наименьшим.





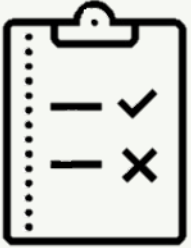
ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Верны ли следующие равенства?

а) $33_4 = 21_7$;

б) $33_7 = 21_4$.





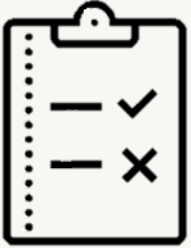
ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Найдите основание x системы счисления, если:

а) $14_x = 9_{10}$;

б) $2002_x = 130_{10}$.

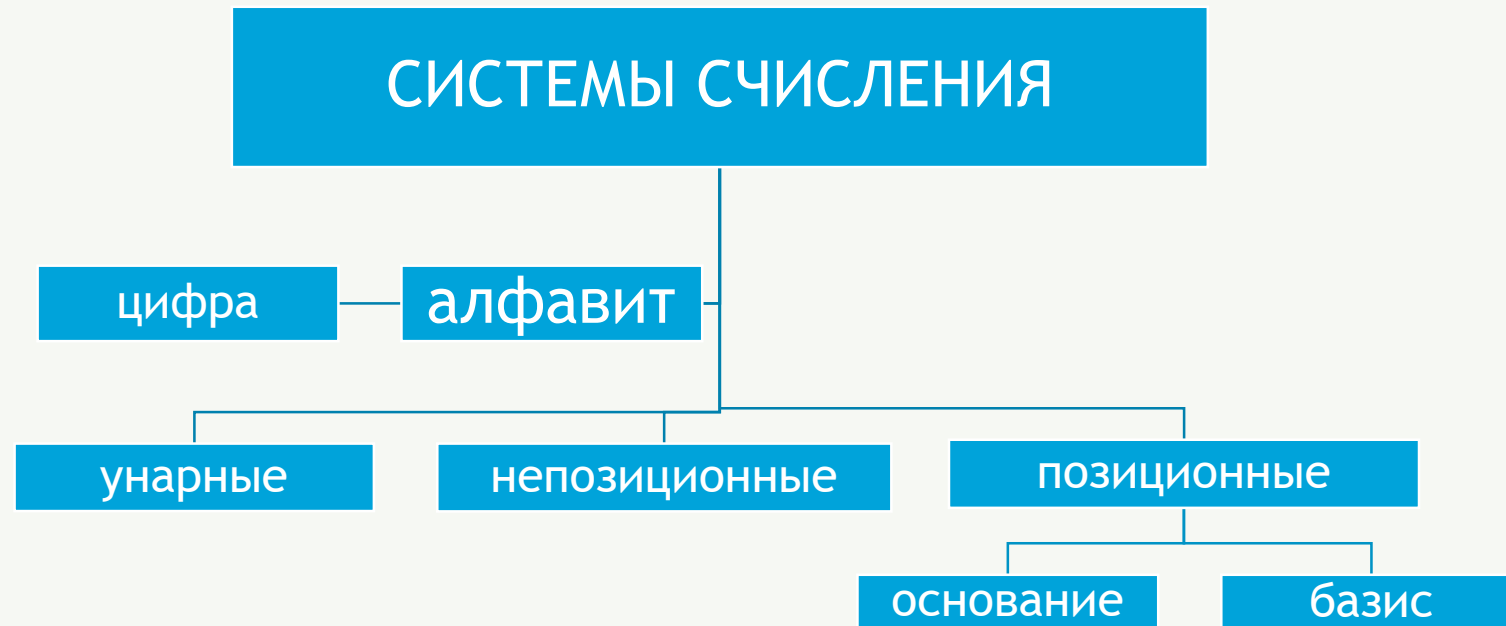




ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Какое двузначное в десятичной системе счисления число окажется «круглым» (с двумя нулями в конце) в пятеричной системе счисления? Если таких чисел несколько, то перечислите их все.





В позиционной системе счисления с основанием q любое число может быть представлено в виде: $A_q = \pm(a_{n-1} \times q^{n-1} + a_{n-2} \times q^{n-2} + \dots + a_0 \times q^0 + a_{-1} \times q^{-1} + \dots + a_{-m} \times q^{-m})$

Здесь: A — число;

q — основание системы счисления;

a_i — цифры, принадлежащие алфавиту данной системы счисления;

n — количество целых разрядов числа;

m — количество дробных разрядов числа;

q^i — «вес» i -го разряда.