



ИНФОРМАТИКА

8

класс

# ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О СИСТЕМАХ СЧИСЛЕНИЯ

СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

# КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

- ◆ система счисления
- ◆ цифра
- ◆ алфавит
- ◆ непозиционная система счисления
- ◆ позиционная система счисления
- ◆ основание системы счисления
- ◆ развёрнутая форма записи числа
- ◆ свёрнутая форма записи числа

**СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ** - это знаковая система, определяющая правила записи чисел.

**ЦИФРЫ** - знаки, с помощью которых записываются числа.

**АЛФАВИТ** - совокупность знаков для записи чисел в некоторой системе счисления.

Цифры служат для обозначения чисел, называемых **узловыми**.

Остальные числа - **алгоритмические** - получаются из узловых в результате определённых операций.



# СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

```
graph TD; A[СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ] --- B[унарные]; A --- C[непозиционные]; A --- D[позиционные]
```

унарные

непозиционные

позиционные

# УНАРНАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ

Простейшая и самая древняя система - **унарная** система счисления. В ней для записи любых чисел используется всего один символ - палочка, узелок, зарубка, камушек.

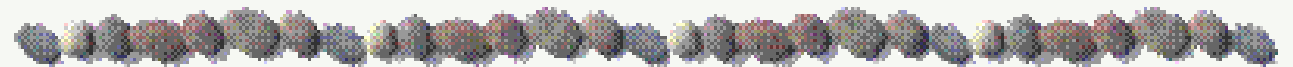
Зарубки



# УНАРНАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ

Простейшая и самая древняя система - **унарная** система счисления. В ней для записи любых чисел используется всего один символ - палочка, узелок, зарубка, камушек.

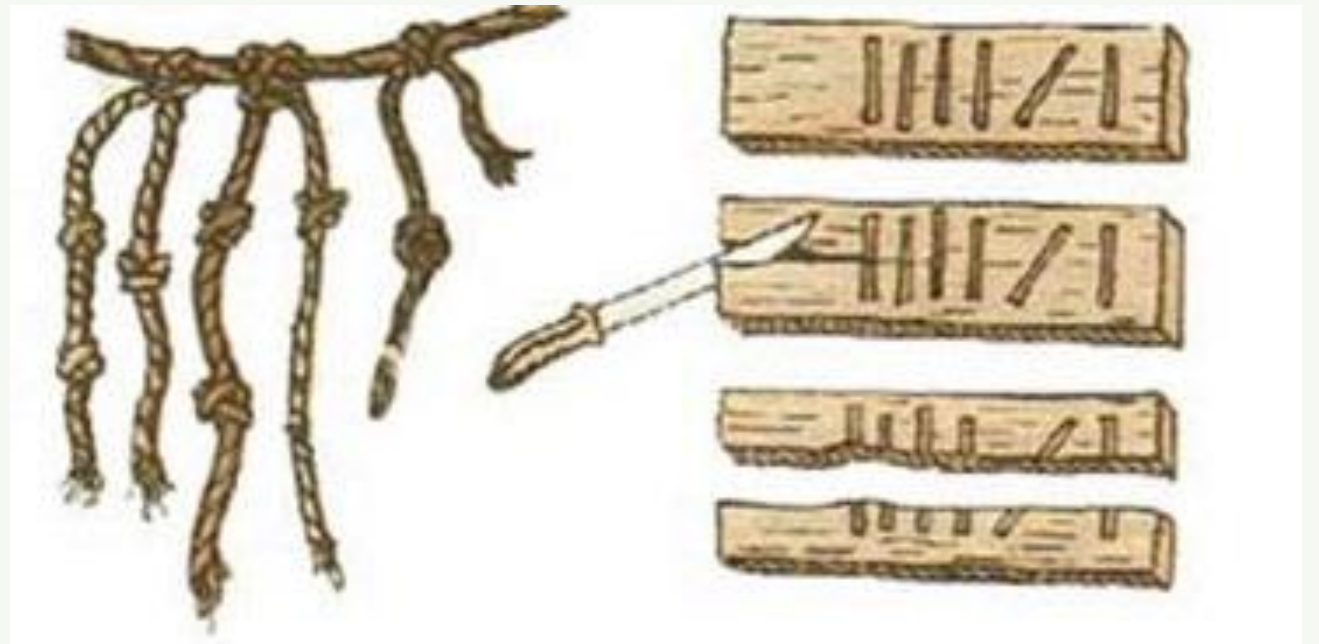
Камушки



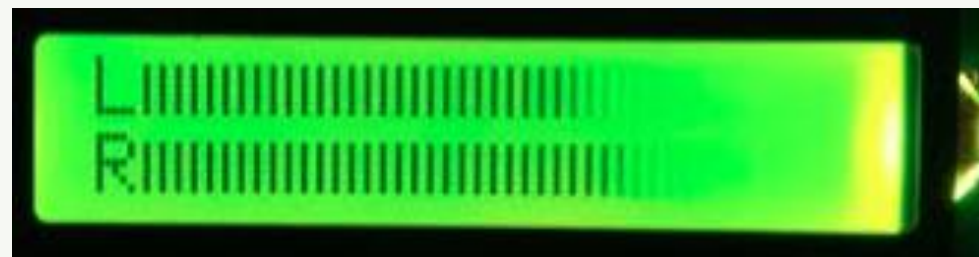
# УНАРНАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ

Простейшая и самая древняя система - **унарная** система счисления. В ней для записи любых чисел используется всего один символ - палочка, узелок, зарубка, камушек.

Узелки, зарубки



Унарная система счисления (счетные палочки) используется для обучения детей счету.

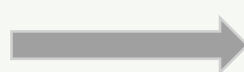
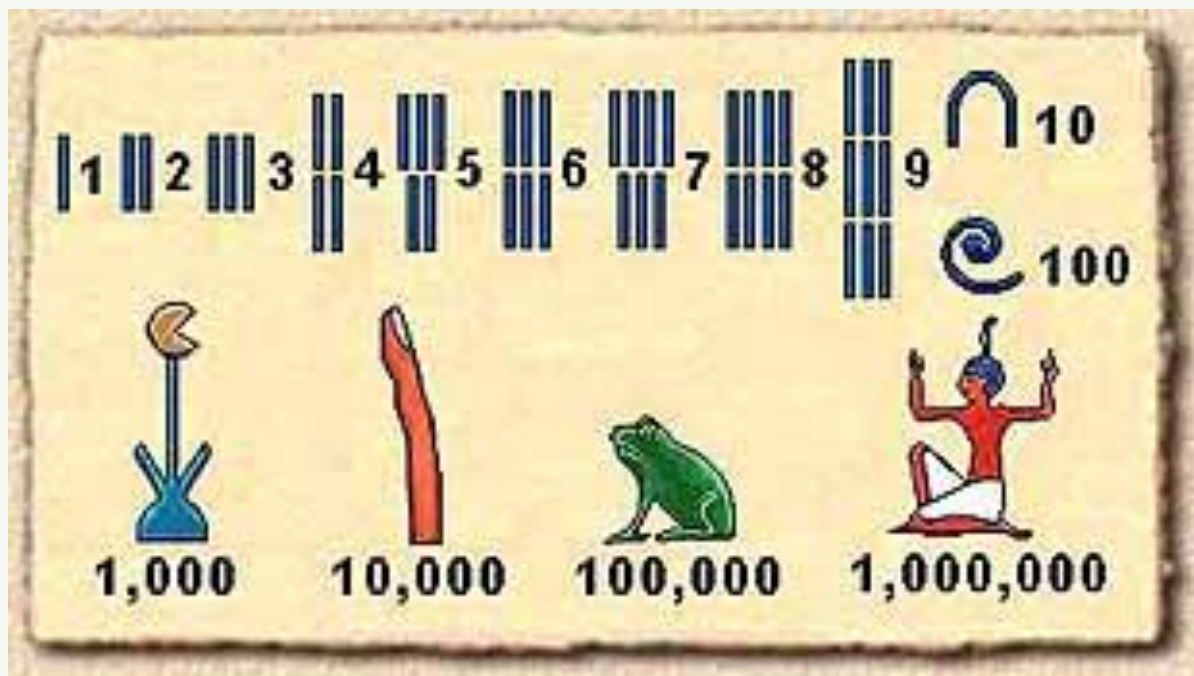


Унарную систему можно разглядеть в индикаторах уровня звукового сигнала в аудиосистемах.

Робинзон Крузо использовал унарную систему счисления (зарубки на дереве) для ведения календаря на необитаемом острове.



# ДРЕВНЕЕГИПЕТСКАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ



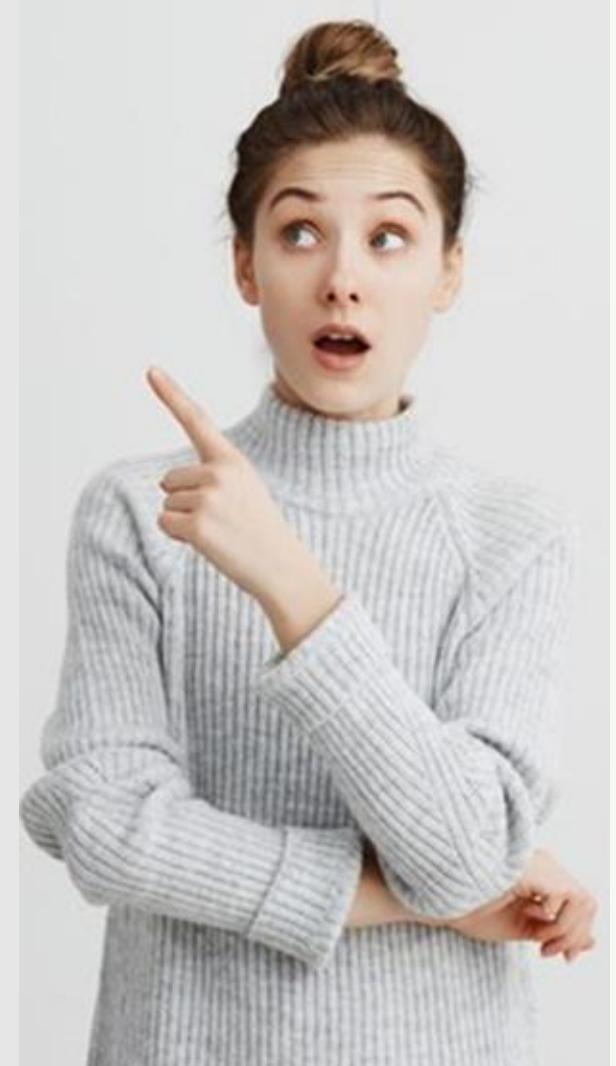
1235

# НЕПОЗИЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

Система счисления называется **непозиционной**, если количественный эквивалент цифры не зависит от её положения в записи числа.

Проблемы непозиционных систем счисления:

- ◆ бесконечный алфавит;
- ◆ невозможность записи дробных и отрицательных чисел;
- ◆ сложность выполнения арифметических операций.



# РИМСКАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ

I	II	III	IV	V
1	2	3	4	5
VI	VII	VIII	IX	
6	7	8	9	
X	L	C	D	M
10	50	100	500	1000

Мы.....1000  
Даем.....500  
Советы.....100  
Лишь.....50  
Хорошо.....10  
Воспитанным.....5  
Индивидам.....1



# ЗАПИСЬ ЧИСЕЛ В РИМСКОЙ СИСТЕМЕ СЧИСЛЕНИЯ

1	I	100	C
5	V	500	D
10	X	1000	M
50	L		

**Алгоритмические** числа получаются путём сложения и вычитания **узловых** чисел с учётом следующего правила:

- ◆ каждый меньший знак, поставленный справа от большего, прибавляется к его значению;
- ◆ каждый меньший знак, поставленный слева от большего, вычитается из него.

$$1920 = \text{MCMXX}$$



# ЗАПИСЬ ЧИСЕЛ В РИМСКОЙ СИСТЕМЕ СЧИСЛЕНИЯ

«Правила вычитания»:

- ✦ вычитаться могут только значения цифр I, X, C;
- ✦ в качестве уменьшаемого могут выступать только две цифры, ближайšie к вычитаемой цифре по числовому ряду I, X, L, C, D, M;
- ✦ повторение вычитаемой цифры не допускается.



# ЗАПИСЬ ЧИСЕЛ В РИМСКОЙ СИСТЕМЕ СЧИСЛЕНИЯ

Единицы	Десятки	Сотни	Тысячи
1 I	10 X	100 C	1000 M
2 II	20 XX	200 CC	2000 MM
3 III	30 XXX	300 CCC	3000 MMM
4 IV	40 XL	400 CD	
5 V	50 L	500 D	
6 VI	60 LX	600 DC	
7 VII	70 LXX	700 DCC	
8 VIII	80 LXXX	800 DCCC	
9 IX	90 XC	900 CM	

В наши дни любую из римских цифр предлагается использовать в записи одного числа не более трёх раз подряд.



# СЛАВЯНСКАЯ КИРИЛЛИЧЕСКАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ

Ѧ	Ѣ	Ѣ	Ѧ	Ѥ	Ѥ	Ѧ	Ѣ	Ѧ
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Ѣ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѣ	Ѧ	Ѧ	Ѣ	Ѧ
10	20	30	40	50	60	70	80	90
Ѧ	Ѥ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ
100	200	300	400	500	600	700	800	900

Ѧ	Тысяча	1000
Ѧ	Тьма	10 000
Ѧ	Легион	100 000
Ѧ	Леодр	1 000 000
Ѧ	Ворон	10 000 000
Ѧ	Колода	100 000 000



55 288 1 498

нѣ спи, а ѣчи

# ПОЗИЦИОННАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ

Система счисления называется **позиционной**, если количественный эквивалент цифры зависит от её положения в записи числа.

**Основание** позиционной системы счисления равно количеству цифр, составляющих её алфавит.

**Базисом** позиционной системы счисления называется последовательность чисел, каждое из которых задаёт вес соответствующего разряда.

Алфавит десятичной системы счисления:

**0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.**

Базис десятичной системы счисления:

**1, 10, 100, 1000, ...**

Основание десятичной системы счисления: **10**





# ПРИМЕР

$$355 = 3 \times 100 + 5 \times 10 + 5 \times 1$$

↑  
КОЛИЧЕСТВО СОТЕН

↑  
КОЛИЧЕСТВО ДЕСЯТКОВ

↑  
КОЛИЧЕСТВО ЕДИНИЦ



# УЗЛОВЫЕ И АЛГОРИТМИЧЕСКИЕ ЧИСЛА

Узловые числа обозначаются цифрами.



Алгоритмические числа образуются из узловых:

$$5 \times 100 + 4 \times 10 + 8 = 548$$



# ИСТОРИЧЕСКАЯ СПРАВКА

Начало десятичной системе счисления было положено в древнем Египте и Вавилоне.

В основном её формирование было завершено индийскими математиками в V-VII вв. н.э. Арабы, познакомившись с этой нумерацией, по достоинству оценили её удобство и начали использовать в торговле.

В XII веке арабская нумерация распространилась по всей Европе.



# ПОЗИЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

Существует множество позиционных систем счисления.

- ◆ Основанием позиционной системы счисления может служить любое натуральное число  $q > 1$ .
- ◆ Алфавитом позиционной системы счисления с основанием  $q$  служат числа  $0, 1, \dots, q - 1$ .



# СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ С ОСНОВАНИЕМ 5

Основание: 5

Алфавит: 0, 1, 2, 3, 4

Базис: 1, 5, 25, 125, ...

$1224_5$

$210_5$

$2311_5$



# СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ С ОСНОВАНИЕМ $q$

Основание:  $q$

Алфавит:  $0, 1, \dots, q - 1$

Базис:  $1, q, q^2, q^3, \dots$

Свернутая форма записи целого положительного числа:

$$A_q = (a_{n-1}a_{n-2}\dots a_1a_0)_q$$

$124_6$

$3210_4$

$1010_2$

$7311_8$



# ОСНОВАНИЯ И АЛФАВИТЫ

Основание	Название	Алфавит
$q = 2$	двоичная ( <i>binary, bin</i> )	0, 1
$q = 3$	троичная	0, 1, 2
$q = 5$	пятеричная	0, 1, 2, 3, 4
$q = 8$	восьмеричная ( <i>decimal, dec</i> )	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
$q = 16$	шестнадцатеричная ( <i>hexadecimal, hex</i> )	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F



# СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ С ОСНОВАНИЕМ $q$

Развернутая форма записи целого положительного числа:

$$A_q = a_{n-1} \cdot q^{n-1} + a_{n-2} \cdot q^{n-2} + \dots + a_1 \cdot q^1 + a_0 \cdot q^0$$

Здесь:

$A$  - число,

$q$  - основание системы счисления,

$a_i$  - цифры из алфавита системы счисления,

$n$  - количество разрядов числа,

$q^i$  - вес  $i$ -го разряда числа.





# РАЗВЕРНУТАЯ ФОРМА ЗАПИСИ

5432 - запись числа в свернутой форме.

$$5432 = 5000 + 400 + 30 + 2$$

$$5432 = 5 \times 1000 + 4 \times 100 + 3 \times 10 + 2 \times 1$$

$$5432 = 5 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 2 \times 10^0$$

Развернутая форма записи числа - запись числа в виде суммы разрядных слагаемых.



# РАЗВЕРНУТАЯ ФОРМА ЗАПИСИ

Развернутая форма записи числа - запись числа в виде суммы разрядных слагаемых.

$$5432 = 5 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 2 \times 10^0$$

Степени основания определяют количественный эквивалент цифры в записи числа.



# РАЗВЕРНУТАЯ ФОРМА ЗАПИСИ

Развернутая форма записи числа - запись числа в виде суммы разрядных слагаемых.

$$5432_8 = 5 \times 8^3 + 4 \times 8^2 + 3 \times 8^1 + 2 \times 8^0$$

$$5432_8 = 5 \times 512 + 4 \times 64 + 3 \times 8 + 2 \times 1 = 2842$$

# КАК ЗАПИСАТЬ ЧИСЛО В РАЗВЕРНУТОЙ ФОРМЕ

1) Выписать число в свернутой форме

2) Над цифрами числа справа налево расставить степени, начиная с нуля.

3) Составить сумму, каждое слагаемое которой - это произведение цифры в записи числа и основания используемой системы счисления в степени, указанной над этой цифрой.

$$515_6 = 5 \times 6^2 + 1 \times 6^1 + 5 \times 6^0$$

$$155_8 = 1 \times 8^2 + 5 \times 8^1 + 5 \times 8^0$$

# КАК ПЕРЕВЕСТИ ЧИСЛО В ДЕСЯТИЧНУЮ СИСТЕМУ СЧИСЛЕНИЯ

Чтобы перевести число из позиционной системы счисления с основанием  $q$  в десятичную систему счисления, необходимо:

- 1) записать исходное число в развёрнутой форме,
- 2) вычислить значение получившегося арифметического выражения.



# КАК СРАВНИТЬ ЧИСЛА, ЗАПИСАННЫЕ В РАЗНЫХ СИСТЕМАХ СЧИСЛЕНИЯ

1) Записать каждое из чисел в развернутой форме.

2) Вычислить десятичный эквивалент каждого числа.

3) Сравнить десятичные эквиваленты исходных чисел.



# ДОСТОИНСТВА ПОЗИЦИОННОЙ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

Простота выполнения арифметических операций.

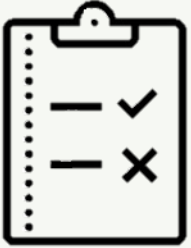
Ограниченное количество символов, необходимых для записи любых чисел.



*Мысль выразить все числа немногими знаками, придавая им значение по форме, ещё значение по месту, настолько проста, что именно из-за этой простоты трудно оценить, насколько она удивительна.*

*Пьер-Симон Лаплас*



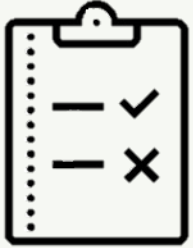


# ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Чем различаются унарные, позиционные и непозиционные системы счисления?







## ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

На постаменте памятника Петру I в Санкт-Петербурге римскими цифрами записан год открытия памятника: MDCCLXXII. В каком году был открыт этот памятник?

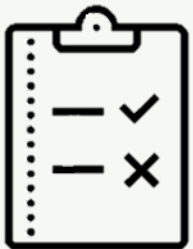




# ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Как вы считаете, почему позиционные системы счисления с основаниями 5, 10, 12 и 20 называют системами счисления анатомического происхождения?

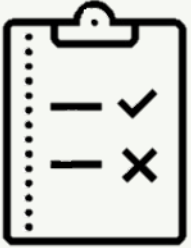




# ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Как от свёрнутой формы записи десятичного числа перейти к его развёрнутой форме?





# ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

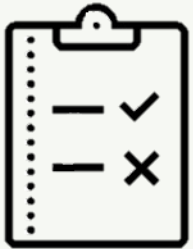
Запишите в развёрнутом виде числа:

а)  $143,511_{10}$

б)  $143511_8$

в)  $143511_{16}$





# ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Запишите числа в свернутой форме:

а)  $5 \times 10^3 + 0 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 1 \times 10^0 =$

б)  $1 \times 10^4 + 6 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 3 \times 10^0 + 9 \times 10^{-1} =$





# ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

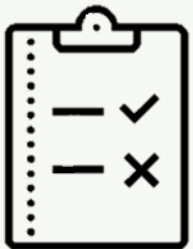
Запишите десятичные числа в развернутой форме:

а) 2021

б) 435

в) 3008





# ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

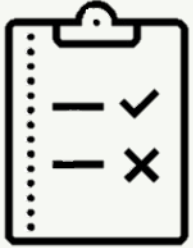
Вычислите десятичные эквиваленты следующих чисел:

а)  $172_8$ ;

б)  $219_{16}$ ;

в)  $101010_2$ ;

г)  $243_6$ .



# ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Укажите, какое из чисел  $110011_2$ ,  $111_4$ ,  $35_8$  и  $16_{16}$  является:

- а) наибольшим;
- б) наименьшим.







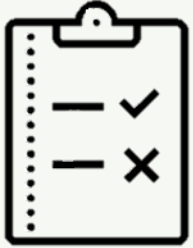
# ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Верны ли следующие равенства?

а)  $33_4 = 21_7$ ;

б)  $33_7 = 21_4$ .





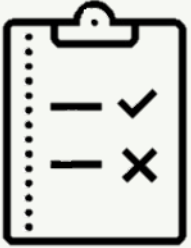
# ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Найдите основание  $x$  системы счисления, если:

а)  $14_x = 9_{10}$ ;

б)  $2002_x = 130_{10}$ .

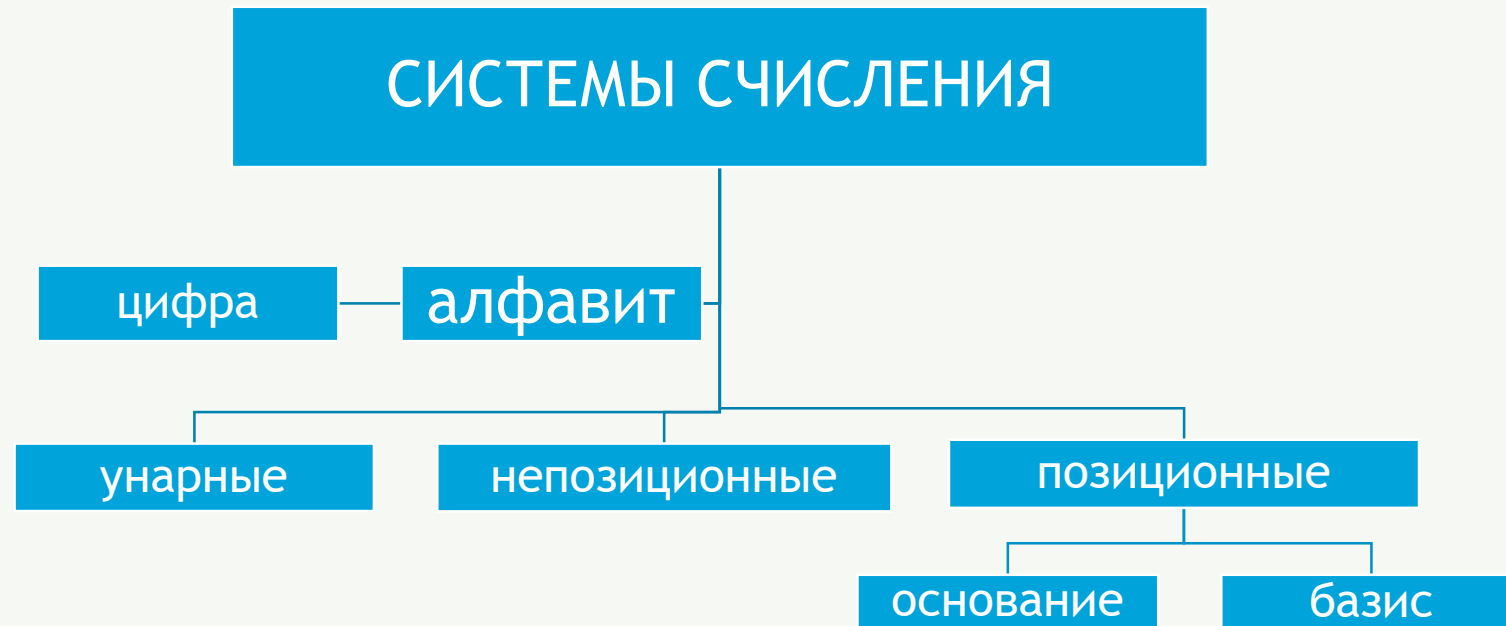




# ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Какое двузначное в десятичной системе счисления число окажется «круглым» (с двумя нулями в конце) в пятеричной системе счисления? Если таких чисел несколько, то перечислите их все.





В позиционной системе счисления с основанием  $q$  любое число может быть представлено в виде:  $A_q = \pm(a_{n-1} \times q^{n-1} + a_{n-2} \times q^{n-2} + \dots + a_0 \times q^0 + a_{-1} \times q^{-1} + \dots + a_{-m} \times q^{-m})$

Здесь:  $A$  — число;

$q$  — основание системы счисления;

$a_i$  — цифры, принадлежащие алфавиту данной системы счисления;

$n$  — количество целых разрядов числа;

$m$  — количество дробных разрядов числа;

$q^i$  — «вес»  $i$ -го разряда.