



ИНФОРМАТИКА

8

класс

Q-ИЧНЫЕ ПОЗИЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

- ◆ q-ичная позиционная система счисления
- ◆ сложение в q-ичной системе счисления
- ◆ вычитание в q-ичной системе счисления

ПОЗИЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

Существует множество позиционных систем счисления.

- ◆ Основанием позиционной системы счисления может служить любое натуральное число $q > 1$.
- ◆ Алфавитом позиционной системы счисления с основанием q служат числа $0, 1, \dots, q - 1$.



СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ С ОСНОВАНИЕМ q

Основание: q

Алфавит: $0, 1, \dots, q - 1$

Базис: $1, q, q^2, q^3, \dots$

Свернутая форма записи целого положительного числа:

$$A_q = (a_{n-1}a_{n-2}\dots a_1a_0)_q$$

124_6

3210_4

1010_2

7311_8

ОСНОВАНИЯ И АЛФАВИТЫ

Основание	Название	Алфавит
$q = 2$	двоичная (<i>binary, bin</i>)	0, 1
$q = 3$	троичная	0, 1, 2
$q = 5$	пятеричная	0, 1, 2, 3, 4
$q = 8$	восьмеричная (<i>decimal, dec</i>)	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
$q = 16$	шестнадцатеричная (<i>hexadecimal, hex</i>)	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F



СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ С ОСНОВАНИЕМ q

Развернутая форма записи целого положительного числа:

$$A_q = a_{n-1} \cdot q^{n-1} + a_{n-2} \cdot q^{n-2} + \dots + a_1 \cdot q^1 + a_0 \cdot q^0$$

Здесь:

A - число,

q - основание системы счисления,

a_i - цифры из алфавита системы счисления,

n - количество разрядов числа,

q^i - вес i -го разряда числа.



ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ЦЕЛЫХ ЧИСЕЛ В Q-ИЧНЫХ ПОЗИЦИОННЫХ СИСТЕМАХ СЧИСЛЕНИЯ

Для перевода целого десятичного числа в систему счисления с основанием q следует:

- 1) последовательно выполнять деление данного числа и получаемых целых частных на основание новой системы счисления до тех пор, пока не получится частное, равное нулю;
- 2) полученные остатки, являющиеся цифрами числа в новой системе счисления, привести в соответствие алфавиту новой системы счисления;
- 3) составить число в новой системе счисления, записывая его, начиная с последнего остатка.

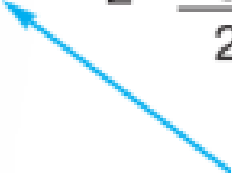


ПРИМЕРЫ

Пример 1

$$25_{10} = 221_3$$


25	3		
24	8	3	
1	6	2	3
	2	0	0
		2	



Пример 2

$$27_{10} = 102_5$$

27	5		
25	5	5	
2	5	1	5
	0	0	0
		1	





ЗАДАЧА



Для составления трёхбуквенных слов Саша пользуется алфавитом, состоящим из четырёх букв: К, О, Р, У. Он хочет записать все трёхбуквенные слова в алфавитном порядке.

Вот начало списка:

1. ККК
2. ККО
3. ККР
4. ККУ
5. КОК
6. КОО

Вопросы:

1. Сколько всего слов должно быть в списке?
2. На каком месте от начала списка стоит слово ОКО?
3. Какое слово стоит в списке на 37-м месте?



СКОЛЬКО ВСЕГО СЛОВ В СПИСКЕ

Обозначим: К — 0, О — 1, Р — 2, У — 3.

Перепишем исходный список:

1. ККК → 000

2. ККО → 001

3. ККР → 002

4. ККУ → 003

5. КОК → 010

6. КОО → 011

Числа,
записанные в
системе
счисления с
основанием 4

1. 0

2. 1

3. 2

4. 4

5. 5

6. 6



Число на 1 меньше
номера, которое оно
занимает в
последовательности

Последнее слово в последовательности УУУ или 333_4 :

$$333_4 = 3 \cdot 4^2 + 3 \cdot 4^1 + 3 \cdot 4^0 = 3 \cdot 16 + 3 \cdot 4 + 3 \cdot 1 = 48 + 12 + 3 = 63.$$

63 — последнее число рассматриваемой последовательности. Оно находится на 64-м месте. Следовательно, в списке, который составляет Саша, должно быть 64 слова.



НОМЕР СЛОВА «ОКО»

Обозначения: К — 0, О — 1, Р — 2, У — 3.

ОКО \rightarrow 101_4

$$101_4 = 1 \cdot 4^2 + 0 \cdot 4^1 + 1 \cdot 4^0 = 1 \cdot 16 + 0 \cdot 4 + 1 \cdot 1 = 16 + 1 = 17$$

*Число на 1 меньше
номера, которое оно
занимает в
последовательности*



*Число 17 (слово «ОКО») находится в
списке на 18-м месте.*



СЛОВО НА 37-М МЕСТЕ

Число на 1 меньше
номера, которое оно
занимает в
последовательности



Нас интересует
число 36



Число 36 надо
перевести в систему
счисления с
основанием 4

$$\begin{array}{r|l} 36 & 4 \\ \hline 36 & 9 \\ \hline 0 & 8 & 4 \\ & \hline & 1 & 2 & 4 \\ & & \hline & & 0 & 0 \\ & & & \hline & & & 2 \end{array}$$

$$36 = 210_4 \rightarrow \text{РОК}$$



Q-ИЧНАЯ АРИФМЕТИКА



При выполнении арифметических операций следует помнить, что в q -ичной системе счисления q единиц какого-либо разряда образуют единицу следующего по старшинству разряда.



СЛОЖЕНИЕ В ТРОИЧНОЙ СИСТЕМЕ

+	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	10
2	2	10	11

$$\begin{array}{r} 111 \\ + 10201_3 \\ + 2202_3 \\ \hline 20110_3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1111 \\ + 2222_3 \\ + 1_3 \\ \hline 10000_3 \end{array}$$



ВЫЧИТАНИЕ В ТРОИЧНОЙ СИСТЕМЕ

+	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	10
2	2	10	11

$$\begin{array}{r}
 \cdot \quad \cdot \\
 10211_3 \\
 - 2202_3 \\
 \hline
 1002_3
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \cdot \quad \cdot \quad \overset{1}{2} \\
 10200_3 \\
 - 121_3 \\
 \hline
 10002_3
 \end{array}$$

При выполнении вычитания в q-ичной системе счисления надо помнить, что при осуществлении заёма единицы из старшего разряда мы получаем q единиц в соседнем младшем разряде.



СЛОЖЕНИЕ В ВОСЬМЕРИЧНОЙ СИСТЕМЕ

+	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7	10
2	2	3	4	5	6	7	10	11
3	3	4	5	6	7	10	11	12
4	4	5	6	7	10	11	12	13
5	5	6	7	10	11	12	13	14
6	6	7	10	11	12	13	14	15
7	7	10	11	12	13	14	15	16

$$\begin{array}{r} 1 \ 1 \\ + 1234_8 \\ + 705_8 \\ \hline 2141_8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1111 \\ + 7777_8 \\ + 1_8 \\ \hline 10000_8 \end{array}$$



ВЫЧИТАНИЕ В ВОСЬМЕРИЧНОЙ СИСТЕМЕ

+	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7	10
2	2	3	4	5	6	7	10	11
3	3	4	5	6	7	10	11	12
4	4	5	6	7	10	11	12	13
5	5	6	7	10	11	12	13	14
6	6	7	10	11	12	13	14	15
7	7	10	11	12	13	14	15	16

$$\begin{array}{r} \\ - 1234_8 \\ \underline{705_8} \\ 327_8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \\ - 1234_8 \\ \underline{57_8} \\ 1155_8 \end{array}$$

При выполнении вычитания в q -ичной системе счисления надо помнить, что при осуществлении заёма единицы из старшего разряда мы получаем q единиц в соседнем младшем разряде.



Существует множество позиционных систем счисления.

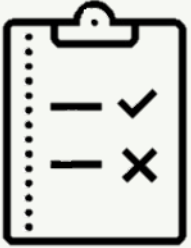
Основанием позиционной системы счисления может служить любое натуральное число $q > 1$.

Алфавитом позиционной системы счисления с основанием q служат числа $0, 1, \dots, q - 1$.

Для перевода целого десятичного числа в систему счисления с основанием q следует:

- 1) последовательно выполнять деление данного числа и получаемых целых частных на основание новой системы счисления до тех пор, пока не получится частное, равное нулю;
- 2) полученные остатки, являющиеся цифрами числа в новой системе счисления, привести в соответствие алфавиту новой системы счисления;
- 3) составить число в новой системе счисления, записывая его, начиная с последнего остатка.

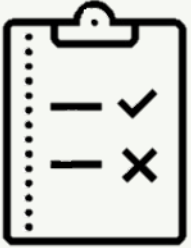
При выполнении арифметических операций следует помнить, что в q -ичной системе счисления q единиц какого-либо разряда образуют единицу следующего по старшинству разряда.



ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Запишите следующие десятичные числа в системе счисления с основанием 3: 3, 6, 12, 25, 27, 29.



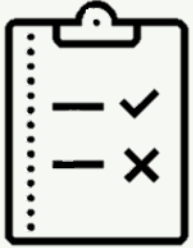


ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Запишите наибольшее двузначное число и определите его десятичный эквивалент для следующих систем счисления:

- 1) пятеричной;
- 2) семеричной;
- 3) двенадцатеричной.





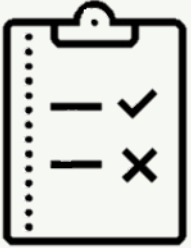
ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Все трёхбуквенные слова, составленные из букв И, М, Р, записаны в алфавитном порядке. Вот начало списка:

1. ИИИ
2. ИИМ
3. ИИР
4. ИМИ

Выясните общее количество слов в этом списке. На каком месте в этом списке стоит слово МИМ? Какие слова стоят в списке на 12м и на 20м местах?

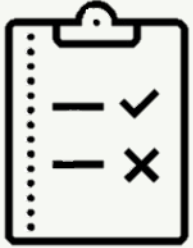




ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Составьте таблицы сложения для позиционных систем счисления с основаниями 4 и 5.





ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Один школьный учитель информатики написал: «У меня в классе 100 учеников, из них 24 мальчика и 32 девочки». Возможно ли это?



q - ЛЮБОЕ НАТУРАЛЬНОЕ ЧИСЛО > 1

АЛФАВИТ:

0

1

...

$q-1$

ПОЗИЦИОННАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ
С ОСНОВАНИЕМ q

В q -ичной системе счисления q единиц какого-либо разряда образуют единицу следующего по старшинству разряда.