



**ИНФОРМАТИКА**

**8**

класс

# ТАБЛИЦЫ ИСТИННОСТИ ЛОГИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ

ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ

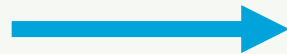
# КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

- ◆ логическая переменная
- ◆ логическая операция
- ◆ логическое выражение
- ◆ таблица истинности

# ТАБЛИЦА ИСТИННОСТИ ЛОГИЧЕСКОГО ВЫРАЖЕНИЯ

Таблица истинности логического выражения показывает, какие значения принимает выражение при всех наборах значений входящих в него переменных.

$$A \vee A \wedge B$$



$A$	$B$	$A \vee A \wedge B$
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	1

# АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ ТАБЛИЦЫ ИСТИННОСТИ

подсчитать  $n$  - число переменных в выражении

установить последовательность выполнения логических операций

подсчитать общее число логических операций в выражении

определить число столбцов в таблице

заполнить шапку таблицы, включив в неё переменные и операции

определить число строк в таблице без шапки:  $m = 2^n$

выписать наборы входных переменных

провести заполнение таблицы по столбцам, выполняя логические операции в соответствии с установленной последовательностью



# ПРИМЕР ПОСТРОЕНИЯ ТАБЛИЦЫ ИСТИННОСТИ

Логическое выражение:  $A \vee A \wedge B$

Число переменных:  $n = 2$  ( $A, B$ )

Приоритет операций:  $\wedge$  (логическое умножение),  $\vee$  (логическое сложение)

Число операций: 2

Число столбцов в таблице: число переменных + число операций

Число строк в таблице:  $m = 2^n = 2^2 = 4$

	A	B	$A \wedge B$	$A \vee A \wedge B$
0	0	0	0	0
1	0	1	0	0
2	1	0	0	1
3	1	1	1	1



# ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ЗАКОНА

Распределительный закон для логического сложения:  
 $A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$ .

A	B	C	$B \wedge C$	$A \vee (B \wedge C)$	$A \vee B$	$A \vee C$	$(A \vee B) \wedge (A \vee C)$
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1

# РЕШЕНИЕ ЛОГИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

**Задача.** Коля, Вася и Серёжа гостили летом у бабушки. Однажды один из мальчиков нечаянно разбил любимую бабушкину вазу.

На вопрос, кто разбил вазу, они дали такие ответы:

**Серёжа:** 1) Я не разбивал. 2) Вася не разбивал.

**Вася:** 3) Серёжа не разбивал. 4) Вазу разбил Коля.

**Коля:** 5) Я не разбивал. 6) Вазу разбил Серёжа.



Бабушка знала, что один из её внуков (правдивый), оба раза сказал правду; второй (шутник) оба раза сказал неправду; третий (хитрец) один раз сказал правду, а другой раз - неправду. Назовите имена правдивого, шутника и хитреца. Кто из внуков разбил вазу?



# РЕШЕНИЕ ЛОГИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Пусть

**К** = «Коля разбил вазу»,

**В** = «Вася разбил вазу»,

**С** = «Серёжа разбил вазу».

Утверждения мальчиков:

**Серёжа:** 1) Я не разбивал. 2) Вася не разбивал.

**Вася:** 3) Серёжа не разбивал. 4) Вазу разбил Коля.

**Коля:** 5) Я не разбивал. 6) Вазу разбил Серёжа.

<i><b>К</b></i>	<i><b>В</b></i>	<i><b>С</b></i>	<i>Утверждения Серёжи</i>		<i>Утверждения Васи</i>		<i>Утверждения Коли</i>	
			$\bar{C}$	$\bar{B}$	$\bar{C}$	<i><b>К</b></i>	$\bar{K}$	<i><b>С</b></i>





Вазу разбил один из мальчиков - достаточно трёх строк!

<i><b>K</b></i>	<i><b>B</b></i>	<i><b>C</b></i>	<i>Утверждения Серёжи</i>		<i>Утверждения Васи</i>		<i>Утверждения Коли</i>	
			<i><math>\bar{C}</math></i>	<i><math>\bar{B}</math></i>	<i><math>\bar{C}</math></i>	<i><b>K</b></i>	<i><math>\bar{K}</math></i>	<i><b>C</b></i>
<i><b>0</b></i>	<i><b>0</b></i>	<i><b>1</b></i>						
<i><b>0</b></i>	<i><b>1</b></i>	<i><b>0</b></i>						
<i><b>1</b></i>	<i><b>0</b></i>	<i><b>0</b></i>						



Заполняем таблицу истинности:

<i><b>К</b></i>	<i><b>В</b></i>	<i><b>С</b></i>	<i>Утверждения Серёжи</i>		<i>Утверждения Васи</i>		<i>Утверждения Коли</i>	
			$\bar{C}$	$\bar{B}$	$\bar{C}$	<i><b>К</b></i>	$\bar{K}$	<i><b>С</b></i>
0	0	1	0	1	0	0	1	1
0	1	0	1	0	1	0	1	0
1	0	0	1	1	1	1	0	0

Ищем в таблице строку, содержащую: 00 (слова шутника), 11 (слова правдивого внука), 01 или 10 (слова хитреца).

**Вазу разбил Серёжа!**



# ПОСТРОЕНИЕ ЛОГИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ ПО ТИ

Для всякой таблицы истинности можно составить соответствующее ей логическое выражение.

## Алгоритм 1:

- 1) отметить в таблице истинности наборы переменных, при которых значение логического выражения равно 1;
- 2) для каждого отмеченного набора записать конъюнкцию всех переменных следующим образом: если значение некоторой переменной в этом наборе равно 1, то в конъюнкцию включаем саму переменную, в противном случае — её отрицание;
- 3) все полученные конъюнкции связать операциями дизъюнкции.



# ПРИМЕР

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>F</i>
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

*Шаг 1*



# ПРИМЕР

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>F</i>
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

*Шаг 2*

✓  $\bar{A} \wedge B \wedge \bar{C}$

✓  $\bar{A} \wedge B \wedge C$

✓  $A \wedge B \wedge \bar{C}$



# ПРИМЕР

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>F</i>
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

Шаг 3

✓  $\bar{A} \wedge B \wedge \bar{C}$

✓  $\bar{A} \wedge B \wedge C$

✓  $A \wedge B \wedge \bar{C}$

$$F = (\bar{A} \wedge B \wedge \bar{C}) \vee (\bar{A} \wedge B \wedge C) \vee (A \wedge B \wedge \bar{C})$$



# АЛГОРИТМ 2

- 1) отметить в таблице истинности наборы переменных, при которых значение логического выражения равно нулю;
- 2) для каждого отмеченного набора записать дизъюнкцию всех переменных следующим образом: если значение некоторой переменной в этом наборе равно 0, то в дизъюнкцию включаем саму переменную, в противном случае — её отрицание;
- 3) все полученные дизъюнкции связать операциями конъюнкции.



# ПРИМЕР

Вспомним таблицу истинности импликации:

$A$	$B$	$A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

$$\bar{A} \vee B$$

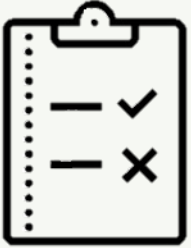
$$\bar{A} \vee B = A \rightarrow B$$





Таблица истинности логического выражения показывает, какие значения принимает логическое выражение при всех наборах значений входящих в него переменных.

Таблицу истинности можно построить для логического выражения с любым числом переменных  $n$ ; такая таблица будет содержать  $2^n$  строк.



# ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

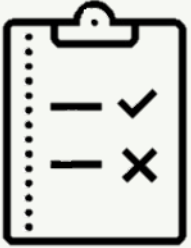
Постройте таблицы истинности для следующих логических выражений:

а)  $B \wedge (A \vee \underline{B})$

б)  $A \wedge (B \vee \overline{B})$

в)  $\underline{B \wedge (A \vee B \vee C)}$

г)  $A \wedge B \vee \overline{C}$



# ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

С помощью таблиц истинности докажите справедливость следующих тождеств:

а)  $\overline{A \vee B} = \overline{A} \wedge \overline{B}$

б)  $\overline{A \wedge B} = \overline{A} \vee \overline{B}$





# ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Сколько строк содержат таблицы истинности для следующих выражений? Для каких наборов значений переменных эти выражения истинны?

а)  $A \wedge B \wedge C$ ;

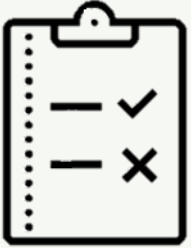
б)  $A \wedge B \wedge C \wedge D$ ;

в)  $A \vee B \vee C$ ;

г)  $A \vee B \vee C \vee D$ .

Ответьте на вопросы, не прибегая к заполнению таблиц истинности.





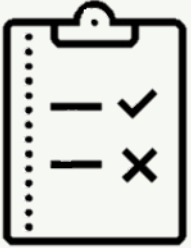
# ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

В школьной олимпиаде по информатике приняли участие три ученика 8 класса: Александр, Иван и Мария. Перед олимпиадой их друзья высказали три предположения.

1. Александр сможет пройти на городской тур олимпиады или Иван не сможет пройти на городской тур олимпиады.
2. Иван сможет пройти на городской тур олимпиады.
3. Неверно, что Мария и Александр смогут пройти на городской тур олимпиады.

Кто из ребят прошёл на городской этап олимпиады, если все предположения оказались истинными высказываниями?





# ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

По известным таблицам истинности запишите аналитическое представление (логическое выражение) эквиваленции и строгой дизъюнкции.



