



**ИНФОРМАТИКА**

**8**

класс

# ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЛОГИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ

ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ

# КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

- ◆ логическая переменная
- ◆ логическое значение
- ◆ логическая операция
- ◆ логическое выражение
- ◆ законы логики

# ЛОГИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ

**Логическое выражение** — это запись составного высказывания, составленная

- ◆ из логических переменных,
- ◆ логических значений,
- ◆ знаков логических операций,
- ◆ скобок.



Приоритет логических операций:

- 1. инверсия,**
- 2. конъюнкция,**
- 3. дизъюнкция, строгая  
дизъюнкция,**
- 4. импликация, эквиваленция**

Для вычисления значения логического выражения необходимо:

- 1) вычислить значения выражений в скобках (при наличии скобок);
- 2) выполнить логические операции в соответствии с их приоритетом.



# ЛОГИЧЕСКИЕ ЗАКОНЫ

Закон	Арифметика	Математическая логика
Переместительный	$a + b = b + a$ $a \cdot b = b \cdot a$	$A \vee B = B \vee A$ $A \wedge B = B \wedge A$
Сочетательный	$(a + b) + c = a + (b + c)$ $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$	$(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$ $(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C)$
Распределительный	$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$	$A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$

# ЛОГИЧЕСКИЕ ЗАКОНЫ

Законы повторения (отсутствия степеней и коэффициентов):

- для логического умножения:

$$A \wedge A = A$$

- для логического сложения:

$$A \vee A = A$$

Закон непротиворечия:

$$A \wedge \bar{A} = 0$$

Закон исключённого третьего:

$$A \vee \bar{A} = 1$$

Закон двойного отрицания:

$$A = \bar{\bar{A}}$$



# ЛОГИЧЕСКИЕ ЗАКОНЫ

Законы работы с константами:

$$A \vee 1 = 1; A \vee 0 = A$$

$$A \wedge 1 = A; A \wedge 0 = 0$$

Законы де Моргана:

$$\overline{A \wedge B} = \bar{A} \vee \bar{B}$$

$$\overline{A \vee B} = \bar{A} \wedge \bar{B}$$

Законы поглощения:

$$A \wedge (A \vee B) = A$$

$$A \vee (A \wedge B) = A$$



# ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ЗАКОНА

Распределительный закон для логического умножения:  
 $A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$ .

A	B	C	$B \vee C$	$A \wedge (B \vee C)$	$A \wedge B$	$A \wedge C$	$(A \wedge B) \vee (A \wedge C)$
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	1	1	0	1	1
1	1	0	1	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1

# УПРОЩЕНИЕ ЛОГИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ

Упростим логическое выражение  $A \wedge B \wedge C \vee A \wedge B \wedge \bar{C}$ .

Применим дистрибутивный закон:

$$A \wedge B \wedge C \vee A \wedge B \wedge \bar{C} = A \wedge B \wedge (C \vee \bar{C})$$

Применим закон исключённого третьего:

$$A \wedge B \wedge (C \vee \bar{C}) = A \wedge B \wedge 1 = A \wedge B$$





# ЗАДАЧА

В соревнованиях по гимнастике участвуют Алла, Валя, Сима и Даша. Болельщики высказали предположения о возможных победителях:

1. Сима будет первой, Валя — второй;
2. Сима будет второй, Даша — третьей;
3. Алла будет второй, Даша — четвёртой.

По окончании соревнований оказалось, что в каждом из предположений только одно из высказываний истинно, другое — ложно. Какое место на соревнованиях заняла каждая из девушек, если все они оказались на разных местах?



# РЕШЕНИЕ

Рассмотрим простые высказывания:

$C_1$  = «Сима заняла первое место»,  $B_2$  = «Валя заняла второе место»;

$C_2$  = «Сима заняла второе место»,  $D_3$  = «Даша заняла третье место»;

$A_2$  = «Алла заняла второе место»,  $D_4$  = «Даша заняла четвёртое место».

По условию задачи: 1)  $C_1 + B_2 = 1$ ,  $C_1 \cdot B_2 = 0$ ;

2)  $C_2 + D_3 = 1$ ,  $C_2 \cdot D_3 = 0$ ;

3)  $A_2 + D_4 = 1$ ,  $A_2 \cdot D_4 = 0$ .

Логическое произведение истинных высказываний – истинно:

$$(C_1 + B_2) \cdot (C_2 + D_3) \cdot (A_2 + D_4) = 1$$



Раскроем скобки – как на уроках математики:

$$(C_1 + B_2) \cdot (C_2 + D_3) \cdot (A_2 + D_4) = 1$$

$$(C_1 \cdot C_2 + C_1 \cdot D_3 + B_2 \cdot C_2 + B_2 \cdot D_3) \cdot (A_2 + D_4) = 1$$

$$C_1 \cdot C_2 \\ B_2 \cdot C_2$$

ложные  
высказывания

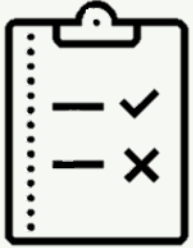
$$(C_1 \cdot D_3 + B_2 \cdot D_3) \cdot (A_2 + D_4) = 1$$

$$C_1 \cdot D_3 \cdot A_2 + C_1 \cdot D_3 \cdot D_4 + B_2 \cdot D_3 \cdot A_2 + B_2 \cdot D_3 \cdot D_4 = 1 \\ C_1 \cdot D_3 \cdot A_2 = 1$$

**Ответ:** Сима заняла первое место, Алла — второе, Даша — третье.  
Следовательно, Валя заняла четвёртое место.



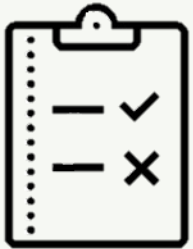
Закон	Для логического сложения	Для логического умножения
Переместительный	$A \vee B = B \vee A$	$A \wedge B = B \wedge A$
Сочетательный	$(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$	$(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C)$
Распределительный	$A \vee (B \wedge C) = (A \vee C) \wedge (A \vee B)$	$A \wedge (B \vee C) = A \wedge C \vee A \wedge B$
Повторения	$A \vee A = A$	$A \wedge A = A$
Исключённого третьего / непротиворечия	$A \vee \bar{A} = 1$	$A \wedge \bar{A} = 0$
Операции с константами	$A \vee 1 = 1; A \vee 0 = A$	$A \wedge 1 = A; A \wedge 0 = 0$
Законы де Моргана	$\overline{A \vee B} = \bar{A} \wedge \bar{B}$	$\overline{A \wedge B} = \bar{A} \vee \bar{B}$
Законы поглощения:	$A \vee (A \wedge B) = A$	$A \wedge (A \vee B) = A$



# ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Проведите доказательство рассмотренных логических законов с помощью таблиц истинности.



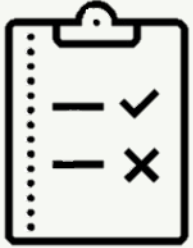


# ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Путём преобразования докажите равносильность следующих высказываний:

$$\text{а) } \overline{(A \wedge \bar{B}) \vee (B \wedge \bar{C})} \quad \text{и} \quad (\bar{A} \wedge \bar{B}) \vee (\bar{A} \wedge C) \vee (B \wedge C);$$

$$\text{б) } (A \wedge B) \vee \overline{(A \wedge \bar{C})} \quad \text{и} \quad (A \wedge B) \vee A \vee \bar{C}.$$



## ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Упростите логические выражения:

а)  $(A \wedge B \wedge \bar{C}) \vee (A \wedge B \wedge C) \vee (A \wedge B)$ ;

б)  $(A \wedge B \vee A \wedge B \wedge \bar{C} \vee B \wedge \bar{C} \vee C) \wedge (\bar{C} \vee A \wedge C \vee \bar{A} \wedge B \wedge \bar{C})$ .





## ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Ребята знали, что у четырёх подруг — Маши, Кати, Вали и Наташи — дни рождения приходятся на разное время года, но не могли точно вспомнить, у кого на какое. Попытка вспомнить закончилась следующими утверждениями:

- 1) «У Вали день рождения зимой, а у Кати — летом»;
- 2) «У Кати день рождения осенью, а у Маши — весной»;
- 3) «Весной празднует день рождения Наташа, а Валя отмечает его летом».

Позже выяснилось, что в каждом утверждении только одно из двух высказываний истинно. В какое время года день рождения у каждой из девушек?







# ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ



Алёша, Боря и Гриша нашли в земле старинный сосуд. Рассматривая удивительную находку, каждый высказал по два предположения.

- 1) Алёша: «Это сосуд греческий и изготовлен в V веке».
- 2) Боря: «Это сосуд финикийский и изготовлен в III веке».
- 3) Гриша: «Это сосуд не греческий и изготовлен в IV веке».

Учитель истории сказал ребятам, что каждый из них прав только в одном из двух предположений. Где и в каком веке изготовлен сосуд?

