

**ИНФОРМАТИКА**

**9**

класс

# МОДЕЛИРОВАНИЕ В ЭЛЕКТРОННЫХ ТАБЛИЦАХ

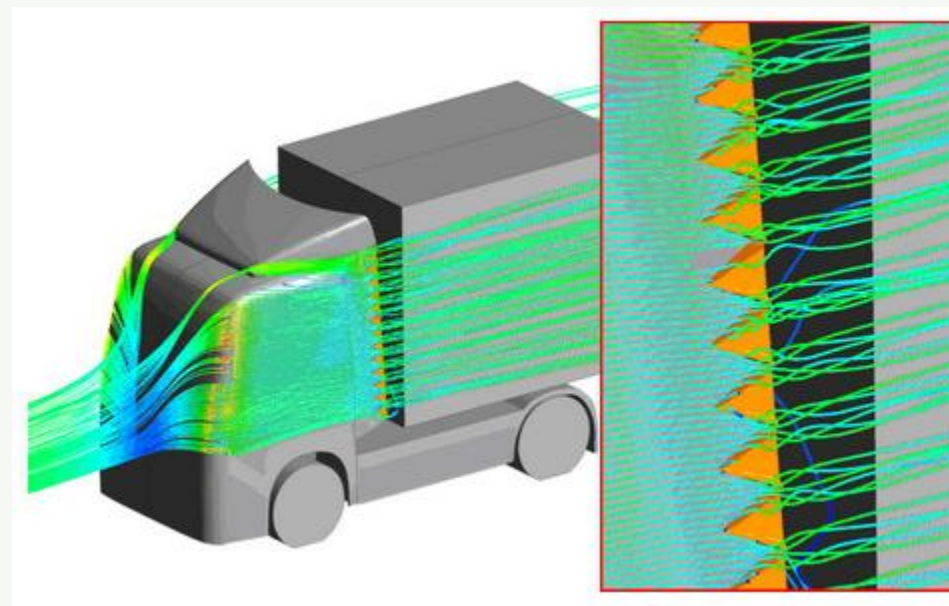
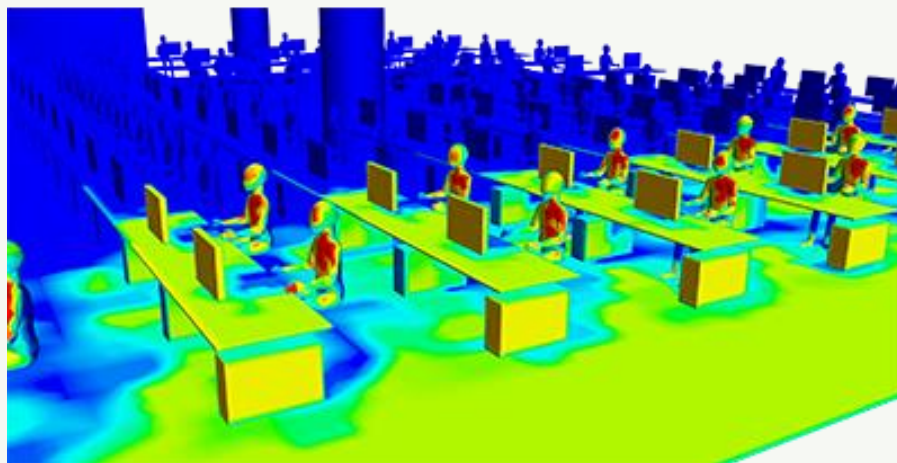
ЭЛЕКТРОННЫЕ ТАБЛИЦЫ

# КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

- ◆ численное моделирование
- ◆ динамическое программирование
- ◆ подбор параметра

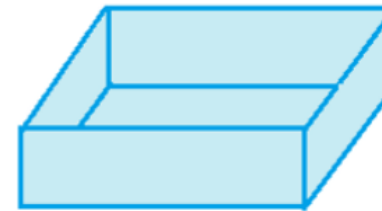
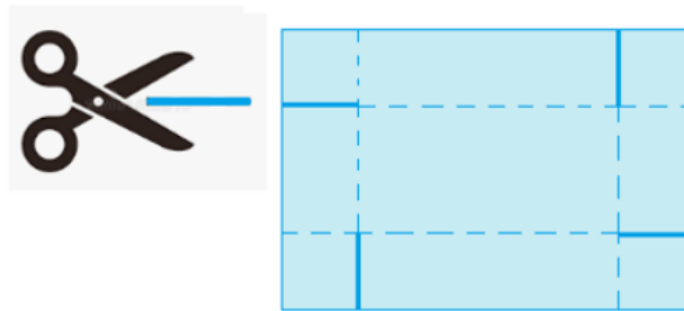
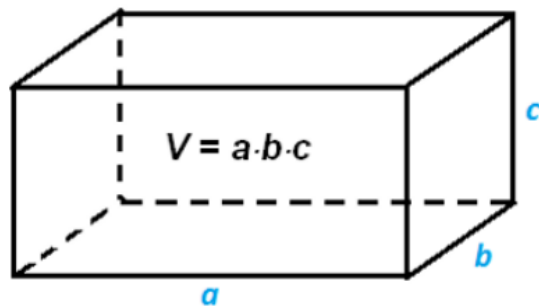
# ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ЭЛЕКТРОННЫХ ТАБЛИЦАХ

Моделирование поведения объекта путём получения численного решения уравнений математической модели называется **численным моделированием**.



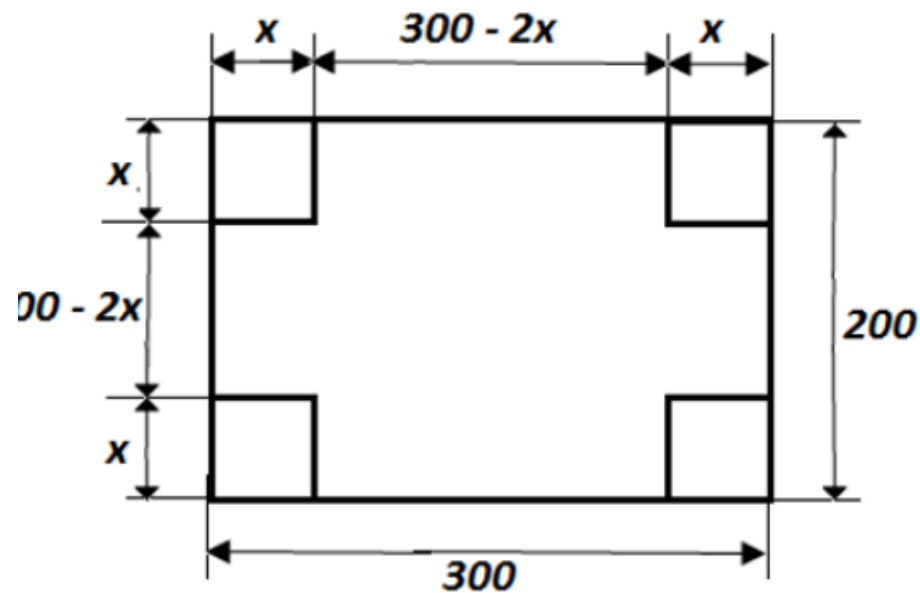
# ЖИЗНЕННАЯ ЗАДАЧА

Вернувшись домой с занятий кружка по математическому моделированию, Александр застал свою младшую сестрёнку за странным занятием: перед Ритой лежал лист картона размером  $200 \times 300$  мм, на котором она что-то чертила, измеряла линейкой, вычисляла на калькуляторе, снова чертила, измеряла и вычисляла. Рита была сильно озабочена, и Александр решил выяснить, что же она делает. Оказалось, что на уроке математики Рита узнала, как вычисляется объём прямоугольного параллелепипеда. Дома Рита и её одноклассники должны были изготовить из листа картона прямоугольный параллелепипед (коробку без крышки) и вычислить его объём. При этом было важно изготовить коробку наибольшей вместимости.



# МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

$$V = (300 - 2x) \cdot (200 - 2x) \cdot x$$



$$0 < x < 100.$$

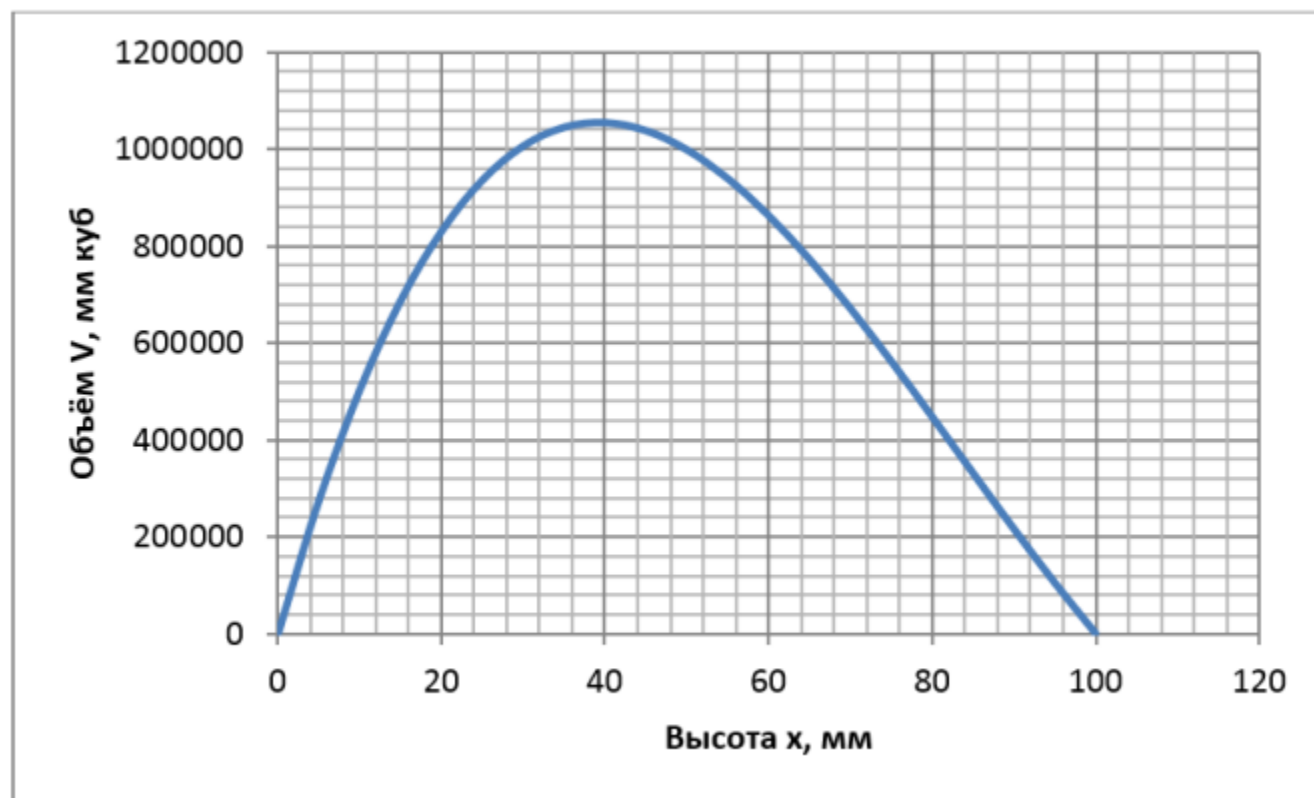
При разных значениях величины  $x$  будут получаться и разные значения величины  $V$ . Требуется выяснить, при каком значении  $x$  величина  $V$  будет иметь наибольшее значение.



# ТАБЛИЦА ЗНАЧЕНИЙ И ГРАФИК ФУНКЦИИ

	A	B	C	D
1	Высота (x)	Длина (300 - 2x)	Ширина (200 - 2x)	Объём (V)
2	0	300	200	0
3	5	290	190	275500
4	10	280	180	504000
5	15	270	170	688500
6	20	260	160	832000
7	25	250	150	937500
8	30	240	140	1008000
9	35	230	130	1046500
10	40	220	120	1056000
11	45	210	110	1039500
12	50	200	100	1000000
13	55	190	90	940500
14	60	180	80	864000
15	65	170	70	773500
16	70	160	60	672000
17	75	150	50	562500
18	80	140	40	448000
19	85	130	30	331500
20	90	120	20	216000
21	95	110	10	104500
22	100	100	0	0

$$V(x) = (300 - 2x) \cdot (200 - 2x) \cdot x$$



# ЖИЗНЕННАЯ ЗАДАЧА

Семья Михаила решила разводить карпов в небольшом пруду на своей даче. Отец Михаила — биолог, ему известен следующий закон: прирост какого-либо вида живых организмов за счёт рождаемости прямо пропорционален их количеству, а убыль за счёт смертности прямо пропорциональна квадрату их количества:

$$\Delta N = k \cdot N - q \cdot N^2.$$

Здесь:

$\Delta N$  — прирост;

$N$  — исходное количество организмов;

$k$  — коэффициент прироста;

$q$  — коэффициент смертности.



Коэффициенты прироста и смертности зависят от вида живых организмов и условий, в которых они обитают. Отец Михаила в справочниках по рыбоводству нашёл информацию о том, что при разведении карпов в имеющихся условиях (климат, состояние пруда, наличие корма) надо учитывать следующие значения коэффициентов:

$$k = 1,2; q = 0,001.$$

Таким образом, если первоначально в пруд запустить  $N_0$  рыб, то через год их количество будет таким:

$$N_1 = N_0 + (1,2 \cdot N_0 - 0,001 \cdot N_0^2).$$



Михаил организовал по этой формуле вычисления в табличном процессоре и начал проводить **численный эксперимент**: подсчитывать, сколько карпов будет в пруду через один, два, три года и т. д. при разном количестве первоначально запущенных в пруд карпов (10, 20, 100 и др.). Эти данные он вводил в ячейку B2.

	A	B	C	D
1		<b><i>N</i></b>	<b><i>k</i></b>	<b><i>q</i></b>
2	<b><i>Год</i></b>		1,2	0,001
3	1	=ЦЕЛОЕ(B2+\$C\$2*B2-\$D\$2*B2^2)		
4	2			

Результаты численного эксперимента несколько смутили Михаила, так как по прошествии некоторого числа лет прирост рыбы прекращался.

**Повторите численный эксперимент и поясните его результаты.**



# ДИНАМИЧЕСКОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ В ЭЛЕКТРОННЫХ ТАБЛИЦАХ

Вы уже знакомы с методом **динамического программирования**, основная идея которого состоит в том, чтобы разбить исходную задачу на более мелкие подзадачи, их — на ещё более мелкие и т. д., пока не получатся простейшие задачи, решение которых уже известно. Решения простейших задач используются при решении задач более крупных и т. д., пока не будет получено решение исходной задачи.





## ПРИМЕР

Имеется квадратный лабиринт, разбитый на  $10 \times 10$  клеток. В каждой клетке квадрата лежит монета достоинством от 1 до 100:

Исполнитель Робот должен пройти по клеткам лабиринта из левой верхней клетки в правую нижнюю, выполняя за одно перемещение одну из двух команд: вправо или вниз. По команде вправо Робот перемещается в соседнюю правую клетку, по команде вниз — в соседнюю нижнюю клетку. При попытке выхода за границы лабиринта Робот разрушается. Посетив клетку, Робот забирает монету с собой; это также относится к начальной и конечной клеткам маршрута Робота.

Используя для расчётов электронные таблицы, определим максимальную денежную сумму, которую может собрать Робот, пройдя из левой верхней клетки в правую нижнюю.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	76	22	33	100	10	14	21	50	39	86
2	98	38	16	13	18	19	88	98	70	100
3	97	100	91	22	28	11	9	54	100	5
4	68	0	45	80	46	100	17	8	85	26
5	100	97	100	47	58	97	56	41	21	10
6	28	62	21	97	100	54	15	65	15	100
7	83	19	82	77	50	62	13	78	48	10
8	46	44	9	23	29	29	100	100	81	53
9	5	100	44	63	2	4	36	36	97	4
10	54	76	94	68	53	43	10	0	94	70



## ПРИМЕР

Будем считать, что исходные данные размещены на листе электронной таблицы в диапазоне A1:J10. В диапазоне A12:J21 (его можно выделить цветом) будем проводить вычисления.

Чтобы решить поставленную задачу, будем последовательно находить максимальную денежную сумму для каждой ячейки таблицы.

Максимальная сумма для ячейки A1 (исходная позиция) равна числу, записанному в эту ячейку. Перенесём это значение в ячейку A12, записав в неё формулу =A1.

Из ячейки A1 Робот может переместиться или вправо, или вниз. В ячейку B1 Робот может попасть только из ячейки A1. Максимальная сумма, которую он может при этом набрать, вычисляется по формуле =B1+A12. Запишем эту формулу в ячейку B12 и скопируем её в ячейки диапазона C12:J12.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	76	22	33	100	10	14	21	50	39	86					
2	98	38	16	13	18	19	88	98	70	100					
3	97	100	91	22	28	11	9	54	100	5					
4	68	0	45	80	46	100	17	8	85	26					
5	100	97	100	47	58	97	56	41	21	10					
6	28	62	21	97	100	54	15	65	15	100					
7	83	19	82	77	50	62	13	78	48	10					
8	46	44	9	23	29	29	100	100	81	53					
9	5	100	44	63	2	4	36	36	97	4					
10	54	76	94	68	53	43	10	0	94	70					
11															
12	76	98	55	133	110	24	35	71	89	125					
13															
14															
15															
16															
17															
18															
19															
20															
21															
22															





# ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ ПОДБОРА ПАРАМЕТРА

Если известны параметры (исходные данные) и формула, по которой они должны быть преобразованы, то пользователь вводит их в ячейки электронной таблицы и получает некоторый результат. В электронных таблицах есть и обратная возможность: подобрать такие параметры, которые при подстановке их в известную формулу будут приводить к желаемому заранее известному результату.

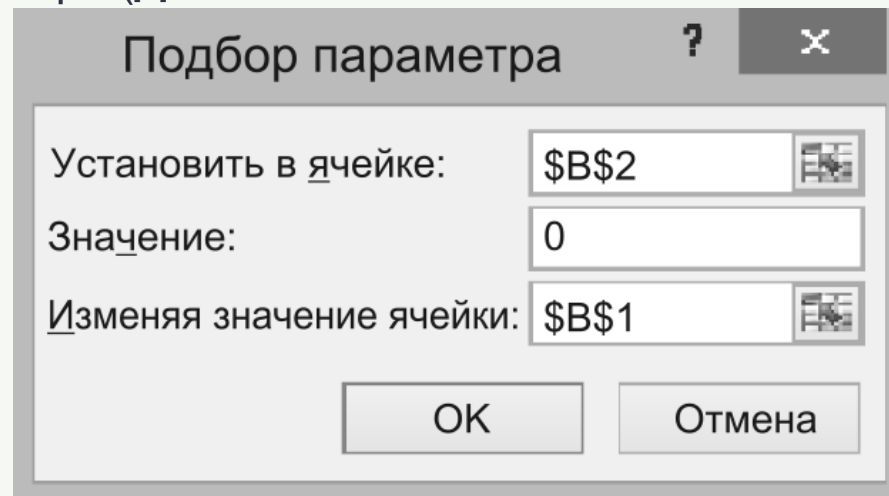
$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

	A	B	
1	x	0	
2	F(x)	=B1^2-5*B1+6	

# ПОДБОР ПАРАМЕТРОВ

При подборе параметра используется итерационный (циклический) процесс. Количество итераций и точность вычислений можно установить в окне **Параметры Excel** (**Файл** → **Параметры** → **Формулы** → **Параметры вычислений**).

Вызовем окно подбора параметра (**Данные** → **Анализ "что-если"** → **Подбор параметра**) и заполним в нём поля ввода.



Подбор параметра

Установить в ячейке:

Значение:

Изменяя значение ячейки:

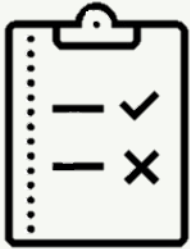
ОК Отмена

Ниже представлен результат подбора параметра:

	A	B
1	x	2
2	F(x)	0

Получен один из двух корней квадратного уравнения. Инструмент подбора параметра устроен так, что он возвращает одно решение, причём то, которое ближе к начальному значению. Напомним, что мы в качестве начального значения параметра приняли  $x = 0$ .





# Найти решение уравнения: $\sin(x) = \sqrt{|x - 1|}$

Выполнить подбор параметра (ячейка A13), при котором значение в ячейке B14 будет равно 0.

этих двух функций.

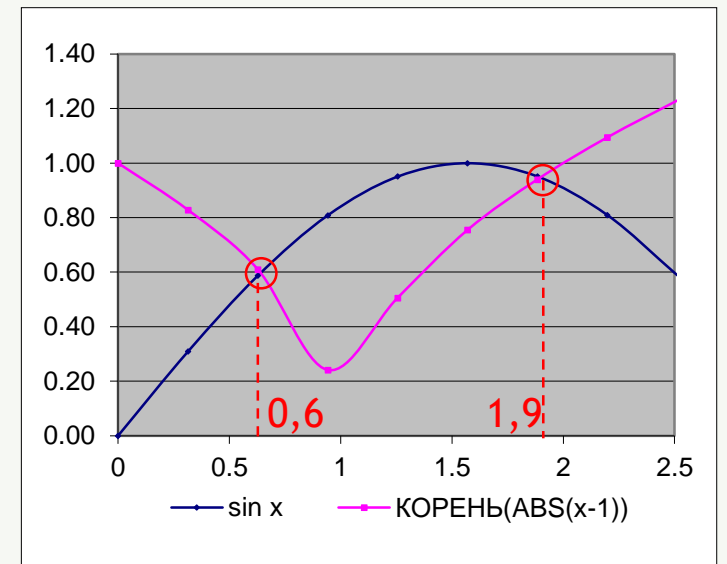
	A	B	C
12	x	sin x	КОРЕНЬ(ABS(x-1))
13	0,643011	0,599608	0,59748559
14	Результат	0,002122	0,83
6	1,256	0,95	0,94
7	1,57	1,00	0,75
8	1,884	0,95	0,94
9	2,198	0,81	1,09

Найдено приближенное значение первого корня: число 0,5

Результат = ABS(B13-C13)

Для уточнения второго корня, необходимо перед подбором параметра записать в ячейку A13 значение 2.

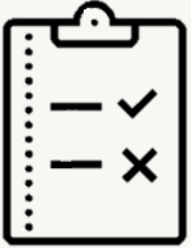
Уравнение имеет два корня. Приближенное значение корней:  $x_1=0,6$  и  $x_2=1,9$



Моделирование поведения объекта путём получения численного решения уравнений математической модели называется численным моделированием. Численное моделирование удобно проводить в электронных таблицах.

В электронных таблицах может быть реализована идея динамического программирования.

Для анализа данных может быть полезна имеющаяся в электронных таблицах возможность подобрать такие параметры, которые при подстановке их в известную формулу будут приводить к желаемому заранее известному результату.



# ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

В чём суть численного моделирования? Каковы его преимущества по сравнению с использованием других вариантов моделирования?





# ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Юля и её бабушка решили вырастить в палисаднике цветы. Юля хочет посадить розы квадратом, а бабушка — хризантемы по периметру этого квадрата. На рисунке показана схема посадки цветов для нескольких значений  $n$ , где  $n$  — это количество рядов высаженных роз. Эту последовательность можно продолжить для любого числа  $n$ .

х	х	х
х	р	х
х	х	х

$n = 1$

х	х	х	х	х
х	р		р	х
х				х
х	р		р	х
х	х	х	х	х

$n = 2$

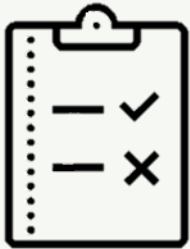
х	х	х	х	х	х	х
х	р		р		р	х
х						х
х	р		р		р	х
х						х
х	р		р		р	х
х	х	х	х	х	х	х

$n = 3$

Юля с предложением бабушки согласна, но она хочет, чтобы и роз, и хризантем было высажено одинаковое количество. Проведите необходимые вычисления в электронных таблицах и выясните, при каком значении  $n$  количество роз и хризантем будут совпадать.

Возможна ли реализация этого замысла, если расстояние между рядами роз равно 50 см, каждый цветок занимает площадь  $50 \times 50$  см, а площадь палисадника  $9 \times 12$  м?





# ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Для упаковки подарочных наборов конфет и печенья магазину «Сладкоежка» нужны коробки с квадратными основаниями, вместимостью 1000 и 2000 см<sup>2</sup>. Высота коробок может быть любой от 3 до 15 см включительно. Коробки легко изготавливаются из квадратных листов картона. Причём магазину выгодно заказать картон одного размера. Какого размера следует заказать квадратные листы картона, чтобы из них без отходов можно было изготовить коробки требуемой вместимости?

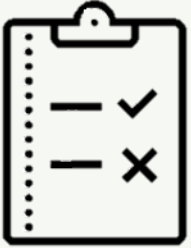




# ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Требуется изготовить ёмкость цилиндрической формы без крышки объёмом 10 л. Какими должны быть радиус основания и высота ёмкости, чтобы на её изготовление потребовалось как можно меньше материала?



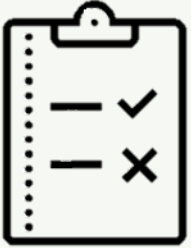


# ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Старший брат Александра Иван работает продавцом-консультантом в фирменном магазине «Обои». Его основная задача состоит в том, чтобы помочь покупателям рассчитать количество рулонов обоев, выбранных ими для поклейки стен. Для этого Иван выясняет у покупателя размеры комнаты, стены которой подлежат оклейке (длину, ширину, высоту), а также выясняет количество и размеры окон, дверей и других неоклеиваемых поверхностей (при их наличии). По этим данным Иван рассчитывает площадь подлежащей оклейке поверхности. Затем по информации о выбранных покупателем обоях (длина рулона, ширина рулона, при наличии рисунка на обоях — шаг рисунка в сантиметрах для подгонки рисунка) он должен рассчитать требуемое количество рулонов, а также сообщить покупателю их стоимость. (Как правило, покупатель выбирает не один, а несколько вариантов обоев. В этом случае стоимость имеет не последнее значение для окончательного выбора.) Узнав, что Александр осваивает численное моделирование, Иван попросил брата создать в электронных таблицах модель для выполнения описанных выше расчётов.

Разработайте в электронных таблицах модель для решения поставленной задачи.





# ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Используя возможность подбора параметра, решите квадратное уравнение  $x^2 + 2x - 15 = 0$ .

