



ИНФОРМАТИКА

СПО

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ЧИСЕЛ В ПОЗИЦИОННЫХ СИСТЕМАХ СЧИСЛЕНИЯ

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ИНФОРМАЦИИ В КОМПЬЮТЕРЕ

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

- ◆ системы счисления
- ◆ позиционная система счисления
- ◆ непозиционная система счисления
- ◆ базис системы счисления
- ◆ схема Горнера

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Система счисления – это способ записи чисел.

УНАРНЫЕ

- ◆ узелки
- ◆ камни

НЕПОЗИЦИОННЫЕ

- ◆ Римская {I, V, X, L, C, D, M}
- ◆ Кириллическая

ПОЗИЦИОННЫЕ

- ◆ Двоичная {0, 1}
- ◆ Восьмеричная {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}
- ◆ Двенадцатеричная {0, 1, ..., 9, T, E}
- ◆ Шестнадцатеричная {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F}

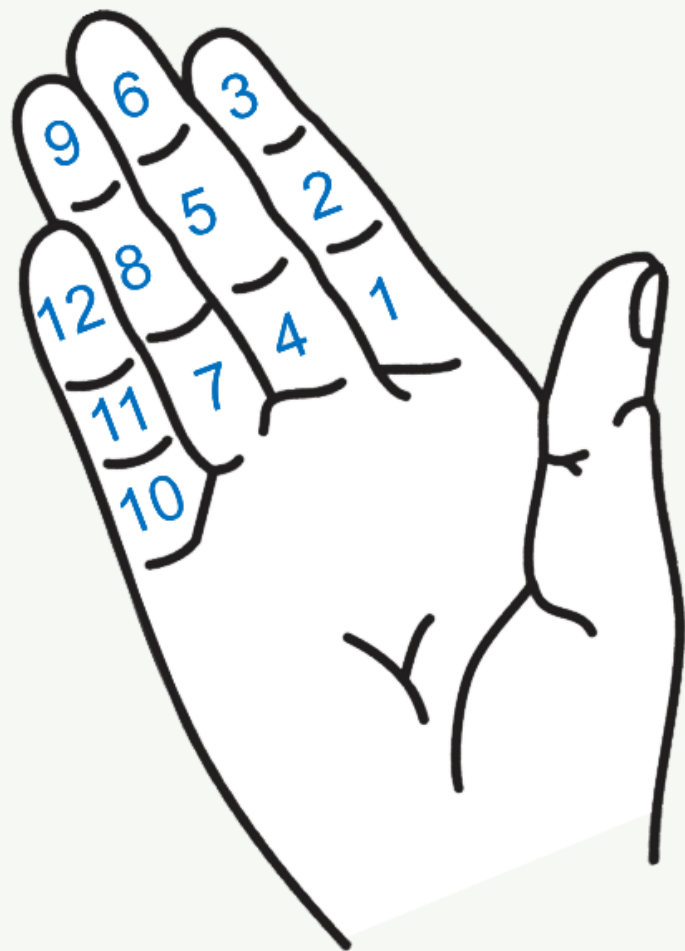
НЕПОЗИЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ

Кириллическая система счисления основана на алфавитной записи чисел с использованием кириллицы или глаголицы. Применялась в России до начала XVIII века. В настоящее время используется в церковнославянском языке.

Для отличия от букв над числовым значением писался специальный знак – титло.

Ѧ	Ѣ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ
10	20	30	40	50	60	70	80	90
Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ
100	200	300	400	500	600	700	800	900

ПОЗИЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ



Двенадцатеричная система счисления – позиционная система счисления с основанием 12. Используются цифры 0–9, *A*, *B*. Существует другая система обозначения, где для недостающих цифр используют *T* (*ten*) и *E* (*eleven*).

Неоднократно предлагался переход на двенадцатеричную систему счисления.

Преимущество – большое количество делителей основания 12: 2, 3, 4, 6.

1/12 доля (разных величин) – унция

1/12 шиллинга = 1 английский пенс

1/12 фута = 1 дюйм

1 гросс = 12 дюжин = 144 штуки

1 масса = 12 гроссов = 1728 штук

1 дюжина = 12 штук

ПОЗИЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

Система счисления называется **позиционной**, если количественный эквивалент цифры зависит от её положения (места, позиции) в записи числа.

Основное достоинство любой позиционной системы счисления — возможность записи произвольного числа ограниченным количеством символов.

Основание	Название	Базис
$q = 2$	Двоичная	1, 2, 4, 8, 16, 32, ...
$q = 3$	Троичная	1, 3, 9, 27, 81, 243, ...
$q = 8$	Восьмеричная	1, 8, 64, 512, ...
$q = 16$	Шестнадцатеричная	1, 16, 256, 4096, ...

СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ С ОСНОВАНИЕМ q

Развернутая форма записи целого положительного числа:

$$A = a_{n-1} \cdot q^{n-1} + a_{n-2} \cdot q^{n-2} + \dots + a_1 \cdot q^1 + a_0 \cdot q^0 = \sum_{i=0}^{n-1} a_i \cdot q^i$$

Здесь:

q - основание системы счисления;

a_i - цифры, принадлежащие алфавиту данной системы счисления ($0 \leq a_i \leq q-1$);

q^i - вес i -го разряда числа.



ПОЗИЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

Число A , **свёрнутая запись** которого в системе счисления с основанием q имеет вид $a_{n-1}a_{n-2} \dots a_1a_0, a_{-1}a_{-2} \dots a_{-m}$, может быть представлено в **развёрнутой форме** как

$$a_{n-1} \cdot q^{n-1} + a_{n-2} \cdot q^{n-2} + \dots + a_1 \cdot q^1 + a_0 \cdot q^0 + \\ + a_{-1} \cdot q^{-1} + \dots + a_{-m} \cdot q^{-m}$$

$$\underbrace{2395,4}_{\text{Свернутая форма}} = \underbrace{2 \cdot 1000 + 3 \cdot 100 + 9 \cdot 10 + 5 + 4 \cdot 0,1}_{\text{Развернутая форма}}$$

Свернутая
форма

Развернутая
форма

РАЗВЕРНУТАЯ ФОРМА ЗАПИСИ

125 248 – запись числа в свернутой форме.

$$125\ 248 = 1 \cdot 100\ 000 + 2 \cdot 10\ 000 + 5 \cdot 1\ 000 + 2 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 8 \cdot 1$$

$$125\ 248 = 1 \cdot 10^5 + 2 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^0$$

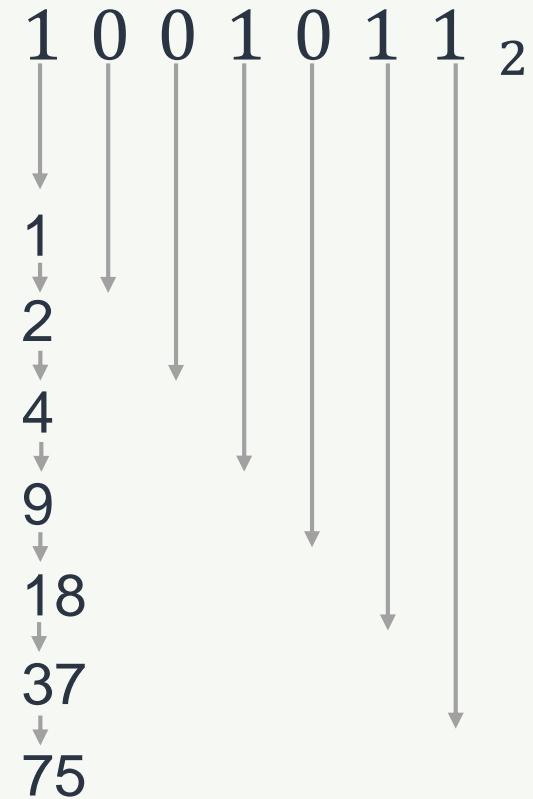
$$125\ 248 = 1 \cdot 10^5 + 2 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^0 = \\ = (((((1 \cdot 10 + 2) \cdot 10 + 5) \cdot 10 + 2) \cdot 10 + 4) \cdot 10 + 8$$

$$0,125 = \frac{1}{10} + \frac{2}{100} + \frac{5}{1000} = 1 \cdot 10^{-1} + 2 \cdot 10^{-2} + 5 \cdot 10^{-3}$$

$$0,125 = 1 \cdot 10^{-1} + 2 \cdot 10^{-2} + 5 \cdot 10^{-3} = ((5/10 + 2)/10 + 1)/10$$



СХЕМА ГОРНЕРА



По схеме Горнера переведите
в 10-ую систему счисления:



ПЕРЕВОД ЧИСЕЛ ИЗ q-ИЧНОЙ В ДЕСЯТИЧНУЮ СИСТЕМУ СЧИСЛЕНИЯ

$5432_q = 5 \times q^3 + 4 \times q^2 + 3 \times q^1 + 2 \times q^0$

$q^0 = 1$

ПЕРЕВОД ЧИСЕЛ ИЗ q -ИЧНОЙ В ДЕСЯТИЧНУЮ СИСТЕМУ СЧИСЛЕНИЯ

Для перевода числа A_q в десятичную систему счисления достаточно:

- 1) записать развёрнутую форму числа A_q ;
- 2) представить все числа, фигурирующие в развёрнутой форме, в десятичной системе счисления;
- 3) вычислить значение полученного выражения по правилам десятичной арифметики.

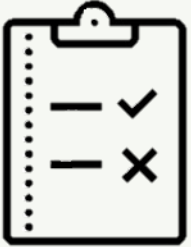


ПЕРЕВОД В ДЕСЯТИЧНУЮ СИСТЕМУ СЧИСЛЕНИЯ ЦЕЛЫХ ДВОИЧНЫХ ЧИСЕЛ

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2^n	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024

$$1001110011_2 = \overset{9}{1} \overset{8}{0} \overset{7}{0} \overset{6}{1} \overset{5}{1} \overset{4}{1} \overset{3}{0} \overset{2}{0} \overset{1}{1} \overset{0}{1} = 512 + 64 + 32 + 16 + 2 + 1 = 627_{10}$$





ПРИМЕР 1

Десятичное число 57 в некоторой системе счисления записывается как 212. Определим основание этой системы счисления.

Запишем условие задачи иначе: $212q = 57_{10}, q > 2$

Представим число $212q$ в виде суммы разрядных слагаемых:

$$212q = 2 \cdot q^2 + 1 \cdot q^1 + 2 \cdot q^0 = 2q^2 + q + 2 = 57_{10}$$

Решим уравнение:

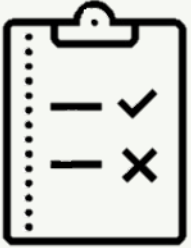
$$2q^2 + q + 2 = 57$$

$$2q^2 + q - 55 = 0$$

$$x_1 = -5,5; x_2 = 5$$

Так как основание системы счисления должно быть натуральным числом, то $q = 5$.





ПРИМЕР 2

Все пятибуквенные слова, составленные из пяти букв А, И, Р, С, Т, записаны в алфавитном порядке.

Вот начало списка:

- 1) ААААА
- 2) ААААИ
- 3) ААААР
- 4) ААААС
- 5) ААААТ
- 6) АААИА

...

Необходимо найти ответы на два вопроса:

1. На каком месте от начала списка стоит слово ИСТРА?
2. Сколько всего слов в этом списке?





ПРИМЕР 2

Введём следующие обозначения: А — 0, И — 1, Р — 2, С — 3, Т — 4. Перепишем в новых обозначениях исходный список:

1) 00000

2) 00001

3) 00002

4) 00003

5) 00004

6) 00010

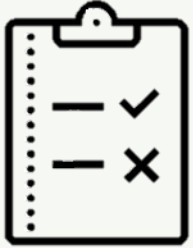
Представим слово ИСТРА в новых обозначениях: 13420_5

...

$$13420_5 = 1 \cdot 5^4 + 3 \cdot 5^3 + 4 \cdot 5^2 + 2 \cdot 5^1 + 0 \cdot 5^0 = 625 + 375 + 100 + 10 = 1110_{10}$$

Слово ИСТРА находится в списке на 1111 месте.





ПРИМЕР 2

Самое последнее слово в списке ТТТТТ.

Ему соответствует число 44444_5 .

$$44444_5 = 4 \cdot 5^4 + 4 \cdot 5^3 + 4 \cdot 5^2 + 4 \cdot 5^1 + 4 \cdot 5^0 = 3124_{10}$$

В списке это число стоит на 3125-м месте.





ПРИМЕР 3

Укажите через запяточку в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 60, запись которых в четверичной системе счисления оканчивается на 31.

В четверичной системе счисления используются цифры 0, 1, 2 и 3; число представляется в виде суммы разрядных слагаемых:

4^0	4^1	4^2	4^3	...
1	4	16	64	

Из этой таблицы видно, что интересующие нас числа (≤ 60) не будут более чем трёхзначными. С учетом того что их запись заканчивается на 31, определим первую цифру (k):

$$k \cdot 16 + 3 \cdot 4 + 1 \leq 60, \quad k \cdot 16 \leq 47, \quad k \in \{0, 1, 2\}.$$

Искомые числа: $31_4 = 13_{10}$ ($k = 0$), $13_{14} = 29_{10}$ ($k = 1$), $23_{14} = 45_{10}$ ($k = 2$).



Система счисления — это способ записи (обозначения) чисел. Система счисления называется позиционной, если количественный эквивалент цифры зависит от её положения (места, позиции) в записи числа.

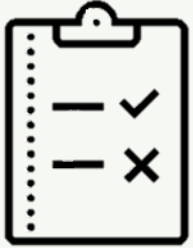
Существует бесконечно много позиционных систем счисления. Каждая из них определяется целым числом $q > 1$, называемым основанием системы счисления. Для записи чисел в позиционной системе счисления с основанием q нужен алфавит из q цифр: $0, 1, 2, \dots, q - 1$.

Число A , свёрнутая запись которого в системе счисления с основанием q имеет вид $a_{n-1}a_{n-2}\dots a_0, a_{-1}\dots a_{-m}$, может быть представлено в развёрнутой форме как

$$a_{n-1} \cdot q^{n-1} + a_{n-2} \cdot q^{n-2} + \dots + a_0 \cdot q^0 + a_{-1} \cdot q^{-1} + \dots + a_{-m} \cdot q^{-m}.$$

Для перевода числа A_q в десятичную систему счисления достаточно:

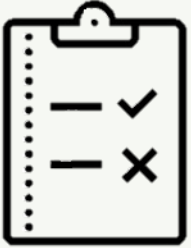
- 1) записать развёрнутую форму числа A_q ;
- 2) представить все числа, фигурирующие в развёрнутой форме, в десятичной системе счисления;
- 3) вычислить значение полученного выражения по правилам десятичной арифметики.



ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Что такое система счисления? Какие классы систем счисления принято выделять?

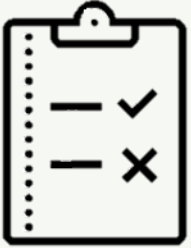




ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Дайте определение позиционной системы счисления. Что называется алфавитом системы счисления? Что называется базисом позиционной системы счисления? Что называется основанием позиционной системы счисления?

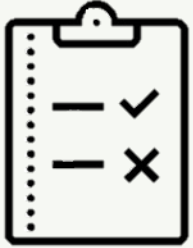




ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Сколько цифр используется в позиционной системе счисления с основанием 2, 3, 5, 8, 16, 100, q ?





ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Какая форма записи числа называется развёрнутой?



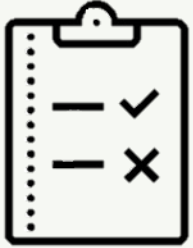


ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Запишите в развёрнутой форме числа:

1) $143,511_{10}$; 2) $1435,11_8$; 3) $143,511_{16}$.



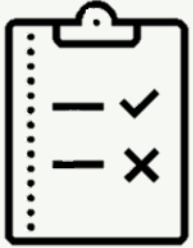


ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Воспользуйтесь схемой Горнера для представления чисел:

1) 12345_{10} ; 2) 12345_8 ; 3) $0,12345_6$.



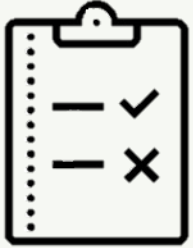


ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Вычислите десятичные эквиваленты следующих чисел:

1) 120_3 ; 2) $100,21_4$; 3) $5A,124_{16}$.

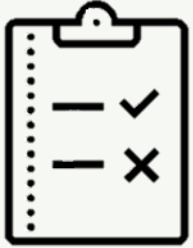




ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Существует ли треугольник, длины сторон которого выражаются числами 12_8 , 122_3 и 11011_2 ?





ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Укажите целые десятичные числа, принадлежащие следующим числовым промежуткам:

1) $[202_3; 1000_3]$; 2) $[14_8; 20_8]$; 3) $[28_{16}; 30_{16}]$.



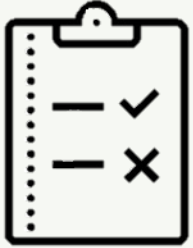


ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Найдите основание x системы счисления, если известно, что:

1) $47_{10} = 21_x$; 2) $1331_x = 216_{10}$.

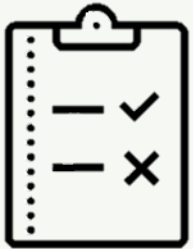




ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Десятичное число 63 в некоторой системе счисления записывается как 120. Определите основание системы счисления.



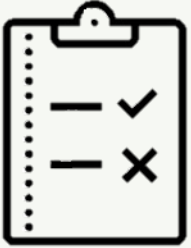


ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Какое из чисел X , записанных в двоичной системе счисления, удовлетворяет неравенству $9D_{16} < X < 237_8$?

1) 10011010_2 ; 2) 10011110_2 ; 3) 10011111_2 ; 4) 11011110_2 .



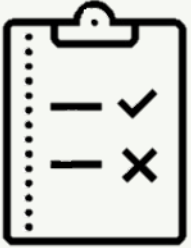


ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Как изменится величина чисел $311,211_4$ и $23,45_6$ при переносе запятой на:

- 1) один знак вправо;
- 2) два знака влево?

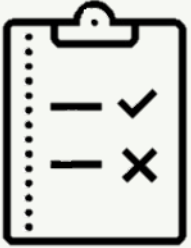




ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

При переносе запятой на два знака вправо число $240,13_x$ увеличилось в 25 раз. Чему равно x ?





ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Какое наибольшее десятичное число можно записать тремя цифрами в двоичной, восьмеричной и шестнадцатеричной системах счисления?



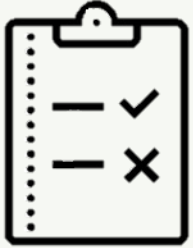


ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Найдите наименьшие основания систем счисления x и y , исходя из условий:

1) $23_x = 21_y$; 2) $51_x = 15_y$; 3) $144_x = 441_y$.

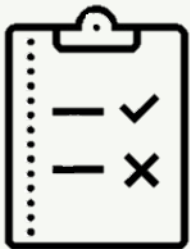




ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Решите уравнение $54_7 + x = 320_5$.





ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

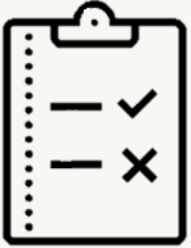
Все трёхбуквенные слова, составленные из букв И, М, Р, записаны в алфавитном порядке. Вот начало списка:

- 1) ИИИ
- 2) ИИМ
- 3) ИИР
- 4) ИМИ

...

Выясните общее количество слов в этом списке. На каких местах в этом списке стоят слова МИМ, МИР, РИМ?

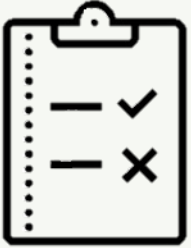




ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 26, запись которых в троичной системе счисления оканчивается на 22.

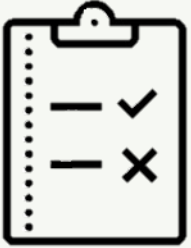




ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Трёхзначное число, записанное в системе с основанием 3, при перестановке крайних цифр становится числом, выражающим то же количество, но уже в системе с основанием 4. Найдите это число.





ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Исполнитель умеет сравнивать однозначные числа, представленные в некоторой позиционной системе счисления. Составьте для него:

- 1) алгоритм сравнения двух двухзначных чисел;
- 2) алгоритм сравнения двух n -значных чисел.

